

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΙΣ Α΄, Β΄ ΚΑΙ Γ΄ ΤΑΞΕΙΣ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΡΩΤΗ ΕΚΔΟΣΗ, ΑΘΗΝΑ 2021

Πράξη «Αναβάθμιση των Προγραμμάτων Σπουδών και Δημιουργία Εκπαιδευτικού Υλικού
Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης» - MIS: 5035542

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Α' Μέρος	4
Α. ΦΥΣΙΟΓΝΩΜΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	4
Β. ΣΚΟΠΟΘΕΣΙΑ	4
Γ. ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ – ΘΕΜΑΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ	5
Αριθμός, Άλγεβρα και Ανάλυση	5
Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία.....	6
Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική – Πιθανότητες)	7
Δ. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ – ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΑΘΗΣΗΣ	8
Ε. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ.....	9
Β' Μέρος.....	10
Αναλυτική Απεικόνιση του Προγράμματος Σπουδών.....	10

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΙΣ Α', Β', Γ' ΤΑΞΕΙΣ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α' Μέρος

Α. ΦΥΣΙΟΓΝΩΜΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Τα Μαθηματικά αναγνωρίζονται ως ένας από τους πλέον κρίσιμους τομείς του ανθρώπινου πολιτισμού, εξαιτίας του ισχυρού τρόπου ερμηνείας του κόσμου που προσφέρουν και της σημαντικής, ως συνέπεια, συνεισφοράς τους στην ανάπτυξη της ατομικής αλλά και της συλλογικής σκέψης. Αυτή η παρατήρηση αιτιολογεί την κεντρική θέση που κατέχουν διαχρονικά στα Προγράμματα Σπουδών (ΠΣ) όλων των εκπαιδευτικών συστημάτων, καθιστώντας την επιτυχημένη σχολική μαθητεία σε αυτά καθοριστικό παράγοντα της **γνωστικής** και της **ακαδημαϊκής ανάπτυξης**, της **επαγγελματικής ανέλιξης** και της **κοινωνικής επιτυχίας** κάθε πολίτη και κατ' επέκταση της εξέλιξης των κοινοτήτων στις οποίες αυτός συμμετέχει.

Αντικείμενο των Μαθηματικών είναι η μελέτη δομών και σχέσεων, η κατανόηση των οποίων χαρακτηρίζει αυτό που ονομάζεται μαθηματικός τρόπος σκέψης και συλλογισμού. Η **μαθηματική σκέψη** προϋποθέτει την ικανότητα διαχείρισης των βασικών δομικών στοιχείων των Μαθηματικών, καθώς και των τρόπων τεκμηρίωσης και «νομιμοποίησης» του **μαθηματικού συλλογισμού**. Οι μαθηματικοί συλλογισμοί καθιστούν φανερές τις σχέσεις των **μαθηματικών οντοτήτων** και των μεταξύ τους συνδέσεων, δηλαδή τη θέση τους σε ένα **δίκτυο ιδεών** που δομείται στη βάση διαφανών, αυστηρά και λογικά καθορισμένων συνδέσεων. Η συνεκτικότητα και η συνοχή που χαρακτηρίζουν τη μαθηματική επιστήμη και συνεισφέρουν στην ισχύ και στο εύρος των εφαρμογών της οφείλονται σε αυτήν ακριβώς τη διαπίστωση.

Τα Μαθηματικά στο παρόν ΠΣ γίνονται αντιληπτά ως **ανθρώπινο δημιούργημα** που μπορεί να προσφέρει σε όλους τους μαθητές και τις μαθήτριες τις γνώσεις και τα εργαλεία ώστε να γίνουν **ενεργοί, χειραφετημένοι και κριτικοί πολίτες** του αύριο, που θα είναι σε θέση να λειτουργούν δυναμικά και αποτελεσματικά τόσο ως άτομα όσο και ως μέλη μιας συνεχώς μεταβαλλόμενης κοινωνίας.

Β. ΣΚΟΠΟΘΕΣΙΑ

Το νέο ΠΣ φιλοδοξεί να προσφέρει σε όλους τους/τις μαθητές/-τριες την ευκαιρία να είναι σε θέση, μέσα από τη συμμετοχή τους στα μαθήματα, να:

- **εκτιμούν και να αποδίδουν αξία στα Μαθηματικά** μέσα από τη συνειδητοποίηση της φύσης της μαθηματικής γνώσης και των κρίσιμων/μεγάλων ιδεών της, που συνδέουν και ενοποιούν τα επιμέρους πεδία της μαθηματικής επιστήμης με τρόπους που συμβάλλουν σε μια βαθύτερη και πιο ισχυρή κατανόησή της.
- **αναπτύσσουν μαθηματικές διεργασίες και πρακτικές**, όπως ο συλλογισμός, η μοντελοποίηση, η επικοινωνία και ο αναστοχασμός, που ενδυναμώνουν τη μάθηση των Μαθηματικών και υποστηρίζουν σημαντικές ικανότητες και δεξιότητες για τον πολίτη του 21ου αιώνα.
- **αξιοποιούν ποικιλία πόρων και εργαλείων**, όπως η γλώσσα, τα σύμβολα, τα χειραπτικά και ψηφιακά εργαλεία, για να διαχειριστούν κατάλληλα μέσα από προσεγγίσεις διερεύνησης αλλά και μαθητείας, αλλαγές, κρίσεις και προκλήσεις στο ακαδημαϊκό, προσωπικό, επαγγελματικό και κοινωνικό περιβάλλον δράσης τους. Τα διάφορα

«εργαλεία» ενέχουν πολλαπλές ερμηνείες και είναι απαραίτητα για έναν ενεργό διάλογο με το περιβάλλον.

- **αναγνωρίζουν συνδέσεις μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων πεδίων της ανθρώπινης γνώσης και δράσης** και να εκτιμούν τα Μαθηματικά ως προσπελάσιμο και ενδιαφέρον πεδίο μελέτης.
- **χρησιμοποιούν με αυτοπεποίθηση και εμπιστοσύνη τα Μαθηματικά για να κατανοούν με κριτικό τρόπο τον κόσμο γύρω τους.** Στην κατεύθυνση αυτή συλλέγουν, αναλύουν, οργανώνουν και αξιολογούν δεδομένα ελέγχοντας τις πηγές προέλευσής τους και υπερασπίζονται τις απόψεις τους. Έτσι, δρουν ως υπεύθυνοι πολίτες στους χώρους δράσης τους, συμβάλλοντας δυναμικά στη δημοκρατική και ισότιμη ανάπτυξη των κοινωνιών σε μικρο- και μακρο - επίπεδο.
- **κατανοούν και είναι σε θέση να αξιοποιήσουν τον μαθηματικό λόγο** εντοπίζοντας κρίσιμες μαθηματικές ιδέες, αναλύοντας και ερμηνεύοντας διαφορετικά αναπαραστασιακά συστήματα. Μια τέτοια προσέγγιση τους/τις βοηθά να αναπτύξουν πολυτροπικές προσεγγίσεις στην επικοινωνία και να χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα με ακρίβεια και ευελιξία.

Ειδικότερα για το Λύκειο το νέο ΠΣ έχει δύο κεντρικούς στόχους. Ο πρώτος, που επιδιώκεται μέσα από τα μαθήματα γενικής παιδείας, αφορά την ολοκλήρωση τόσο των μαθηματικών γνώσεων όσο και την ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού, που αμφότερα είναι αναγκαία σε έναν κοινωνικά ενεργό πολίτη. Ο δεύτερος, που επιδιώκεται μέσα από τα μαθήματα προσανατολισμού, αφορά την περαιτέρω ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού και των μαθηματικών γνώσεων εκείνων των μαθητών/-τριών που επιθυμούν να συνεχίσουν σπουδές θετικού και οικονομικού προσανατολισμού, ώστε να αποκτήσουν τα απαραίτητα εφόδια για τη συνέχεια των σπουδών τους στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση.

Γ. ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ – ΘΕΜΑΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ

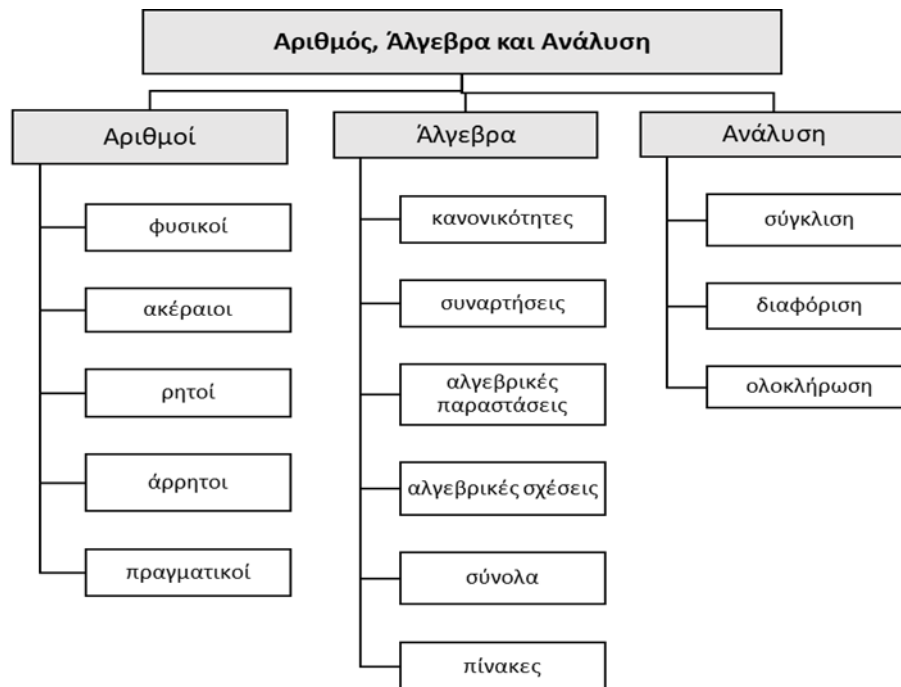
Τα τρία Θεματικά Πεδία που περιλαμβάνει το ΠΣ είναι τα εξής:

Αριθμός, Άλγεβρα και Ανάλυση

Η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού από τους/τις μαθητές/-τριες από την υποχρεωτική εκπαίδευση έως και το Λύκειο περιλαμβάνει την αξιοποίηση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής αριθμητικής γνώσης για τη μοντελοποίηση καταστάσεων, την επίλυση προβλημάτων και την επικοινωνία με τους άλλους. Η μάθηση των αριθμών περιλαμβάνει την προσοδευτική μελέτη των φυσικών, των ακεραίων, των ρητών και των άρρητων αριθμών και ολοκληρώνεται με τη μελέτη του συνόλου των πραγματικών αριθμών.

Τα στοιχεία και οι κανόνες της άλγεβρας αποτελούν αφαιρέσεις των αντίστοιχων στοιχείων και κανόνων της αριθμητικής και επομένως η κατανόησή τους έχει ιδιαίτερες απαιτήσεις. Οι μαθητές/-τριες αναπτύσσουν την αλγεβρική κατανόησή τους μέσα από τη μελέτη μεταβλητών, κανονικοτήτων, εξισώσεων, ανισοτήτων και επίλυση προβλημάτων που η επίλυσή τους βασίζεται στα παραπάνω εργαλεία. Παράλληλα εισάγονται στην έννοια της συμμεταβολής, καθώς και της συνάρτησης και χρησιμοποιούν διαφορετικά συστήματα αναπαράστασής της. Στο Λύκειο οι μαθητές/-τριες, αξιοποιώντας αλγεβρικά εργαλεία, μελετούν τις βασικές κατηγορίες συναρτήσεων.

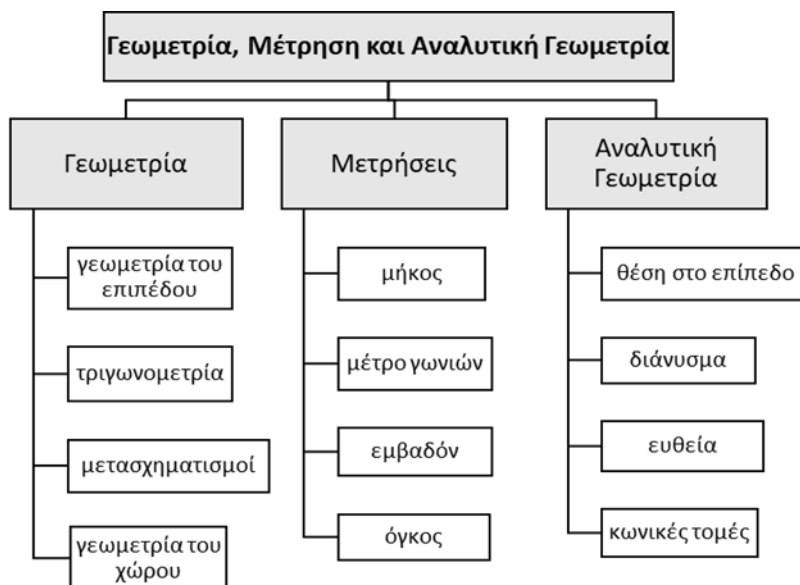
Στην Ανάλυση, με την εισαγωγή της σύγκλισης, της διαφόρισης και της ολοκλήρωσης συναρτήσεων δίνεται η δυνατότητα της πλήρους και ακριβούς μελέτης των συναρτήσεων, καθώς και της επίλυσης προβλημάτων τα οποία δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν με πεπερασμένες διαδικασίες στο πλαίσιο της Άλγεβρας και της Γεωμετρίας.



Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία

Η μελέτη του πεδίου Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία συμβάλλει στην ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης, προσφέροντας δυνατότητες ερμηνείας και παρέμβασης στο φυσικό και δομημένο περιβάλλον. Επιπλέον, υποστηρίζει την αξιοποίηση εργαλείων μελέτης άλλων θεμάτων στα Μαθηματικά και την επιστήμη. Το πιο σημαντικό, ωστόσο, είναι ότι με τη μελέτη της γεωμετρίας αναπτύσσεται η μαθηματική συλλογιστική, με την οποία αναπτύσσεται με τη σειρά της τόσο η λογική επιχειρηματολογία και τεκμηρίωση, η οποία είναι σημαντική για κάθε πολίτη, όσο και η δημιουργική σκέψη σε πολλούς τομείς.

Το περιεχόμενο της Γεωμετρίας που αναπτύσσεται στο Δημοτικό αφορά κυρίως τη *μη τυπική Γεωμετρία*. Στο Γυμνάσιο οι μαθητές/-τριες εισάγονται στην προσέγγιση των χωρικών και των γεωμετρικών εννοιών σε αφαιρετικό επίπεδο, ενώ στο Λύκειο η Γεωμετρία και η μέτρηση αναπτύσσονται σε επαρκές επίπεδο πληρότητας, συνδέοντας τον *χωρικό, γεωμετρικό και οπτικοποιημένο* συλλογισμό με την τυπική αποδεικτική διαδικασία. Η Αναλυτική Γεωμετρία αναπτύσσεται κυρίως στο Λύκειο στα μαθήματα θετικού προσανατολισμού και ολοκληρώνεται με τη μελέτη των γεωμετρικών μετασχηματισμών με χρήση πινάκων.

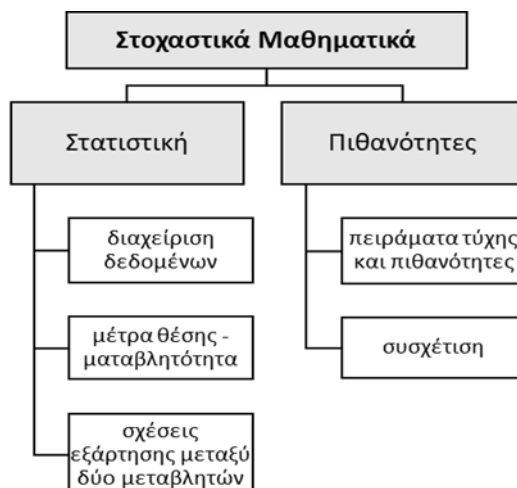


Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική – Πιθανότητες)

Ο βασικός σκοπός της διδασκαλίας της Στατιστικής και των Πιθανοτήτων είναι να αναπτύξει την ικανότητα του/της μαθητή/-τριας –μελλοντικού πολίτη– να αξιολογεί κριτικά πληροφορίες, να εξάγει συμπεράσματα, να κάνει προβλέψεις και να λαμβάνει αποφάσεις κάτω από αβέβαιες συνθήκες. Η βασική διαφορά των Στοχαστικών Μαθηματικών από τις άλλες θεματικές περιοχές των Μαθηματικών είναι ότι μελετά προβλήματα που σχετίζονται με τη μεταβλητότητα δεδομένων, δηλαδή με τη διαφορετικότητα που υπάρχει γύρω μας (π.χ. τα άτομα διαφέρουν, οι συνθήκες ενός πειράματος διαφέρουν).

Το περιεχόμενο της Στατιστικής εξελίσσεται από τη συλλογή και παρουσίαση δεδομένων από μικρές στατιστικές έρευνες στο Δημοτικό, στη μελέτη συνεχών ποσοτικών δεδομένων και μέτρων θέσης και μεταβλητότητας στο Γυμνάσιο, μέχρι τη μελέτη σχέσεων εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών στο Λύκειο.

Το περιεχόμενο των Πιθανοτήτων αναπτύσσεται από την αβεβαιότητα διαφόρων γεγονότων και την έννοια της πιθανότητας στο Δημοτικό, στον υπολογισμό πιθανοτήτων με τον κλασικό ορισμό στο Γυμνάσιο και στις έννοιες της δεσμευμένης πιθανότητας στο Λύκειο.



Δ. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ – ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΑΘΗΣΗΣ

Το ΠΣ για τα Μαθηματικά υποστηρίζει τη **γνωστική-ατομική** και την **κοινωνικοπολιτισμική-συμμετοχική** προσέγγιση στη μάθηση, αντιμετωπίζοντάς τες ως συμπληρωματικές και σε συνεχή αλληλεπίδραση. Λαμβάνοντας υπόψη τη συζήτηση και την έρευνα που διεξάγεται διεθνώς αναφορικά με τις αρχές που θα πρέπει να διέπουν ένα σύγχρονο ΠΣ για τα Μαθηματικά, υιοθετείται η άποψη ότι, σε μια τάξη Μαθηματικών, η μάθηση και η διδασκαλία εξελίσσονται τόσο σε ατομικό όσο και σε συλλογικό επίπεδο.

Το ΠΣ, αναγνωρίζοντας την κρισιμότητα της μαθηματικής γνώσης σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δράσης, επενδύει στη δημιουργία περιβαλλόντων μάθησης που δίνουν τη δυνατότητα δημιουργίας συνδέσεων μεταξύ της γνώσης του περιεχομένου των Μαθηματικών και της εφαρμογής των εννοιών και των διαδικασιών που το χαρακτηρίζουν. Επιπλέον, υποστηρίζει την ανάπτυξη **υψηλού επιπέδου μαθηματικού συλλογισμού, μαθηματικών ικανοτήτων διατύπωσης και επίλυσης ολοένα και πιο περίπλοκων προβλημάτων, τη διαμόρφωση στάσεων και πεποιθήσεων** που βοηθούν τους/τις μαθητές/-τριες να αντιμετωπίσουν με αποτελεσματικό τρόπο προβλήματα στα Μαθηματικά, όπως και εκτός αυτών. Σε αυτή την κατεύθυνση, το ΠΣ για τα Μαθηματικά αναγνωρίζει ως σημαντική την ανάδειξη **των μαθηματικών πρακτικών ταυτόχρονα με τη μάθηση του μαθηματικού περιεχομένου**. Οι διαδικασίες μάθησης που λαμβάνουν χώρα στην τάξη συνδέονται στενά με την έννοια του **μαθηματικού γραμματισμού**. Πρόκειται για την ικανότητα του ατόμου α) να αναλύει, να ερμηνεύει και να επεμβαίνει στο κοινωνικό του περιβάλλον, χρησιμοποιώντας ως εργαλείο τα Μαθηματικά και β) να αναλύει και ερμηνεύει τον τρόπο που χρησιμοποιούνται τα Μαθηματικά για τη λήψη αποφάσεων στο κοινωνικό περιβάλλον. Τέλος, το ΠΣ επιδιώκει να προσφέρει ευκαιρίες για **πολλαπλούς τρόπους συμμετοχής στη μαθηματική δραστηριότητα** μέσα στη σχολική τάξη αναδεικνύοντας τα Μαθηματικά που είναι «**χρήσιμα**», αλλά «**παραμένουν Μαθηματικά**», δηλαδή πλούσια σε μαθηματικά νοήματα.

Το ΠΣ των Μαθηματικών αναγνωρίζει ότι η μάθηση των Μαθηματικών είναι μια δυναμική, σταδιακή και συνεχής διαδικασία, στην οποία ο ρόλος του/της εκπαιδευτικού είναι καθοριστικός και καίριας σημασίας. Επιπρόσθετα στοχεύει σε όλους/-ες τους/τις μαθητές/-τριες, λαμβάνοντας υπόψη τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους αυτοί/-ές νοηματοδοτούν τις εμπειρίες τους και τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες στις τάξεις των Μαθηματικών, αλλά και τις διαφορετικές τους κοινωνικές, πολιτισμικές και συναισθηματικές αφετηρίες. Το ΠΣ υποστηρίζει διδακτικές στρατηγικές **συμπερίληψης και διαφοροποίησης** αναγνωρίζοντας ότι οι μαθητές/-τριες διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τον τρόπο και τον ρυθμό που μαθαίνουν, τα ενδιαφέροντά τους, τις προηγούμενες γνώσεις και τις εμπειρίες τους, την κουλτούρα και τη γλώσσα τους. Συνεπώς, κάθε μαθητής/-τρια, ανάλογα με τις γνωστικές ή άλλες ανάγκες του/της, προσκαλείται να εμπλακεί σε έργα μάθησης που οδηγούν σε αυθεντική μαθηματική δραστηριότητα, η οποία προσφέρει προκλήσεις ανάπτυξης της μαθηματικής του/της σκέψης και συμβάλλουν στη συλλογική συγκρότηση του μαθηματικού νοήματος μέσα από τη συμμετοχή του/της στα δρώμενα της τάξης. Το ΠΣ ενθαρρύνει την προσέγγιση της **πολιτισμικά ευαισθητοποιημένης διδασκαλίας των Μαθηματικών**, που συνδέεται με την επίγνωση των διαφορετικών πολιτισμικών αξιών, παραδόσεων και κατανοήσεων που κάθε μαθητής/-τρια «φέρνει» στην τάξη.

Μια κεντρική διδακτική πρακτική του/της εκπαιδευτικού αφορά την επιλογή και διαχείριση του κατάλληλου μαθηματικού έργου που θα πυροδοτήσει την επιθυμητή μαθηματική δραστηριότητα. Πρόκειται για την εργασία που αναθέτει ο/η εκπαιδευτικός στους/στις μαθητές/-τριες και στα μαθηματικά χαρακτηριστικά της δράσης που αναδεικνύεται στην πορεία εκπόνησής της. Το μαθηματικό έργο συνδέεται άμεσα, αλλά όχι αποκλειστικά, με τις μαθηματικές πρακτικές που θα αναπτύξει ο/η μαθητής/-τρια. Ο/Η

εκπαιδευτικός καλείται να μην περιορίζει τις επιλογές του σε έργα που εστιάζουν στην εφαρμογή αλγορίθμων και μαθηματικών τύπων, αλλά να επιλέγει έργα που ανταποκρίνονται στα ενδιαφέροντα ή/και τις εμπειρίες των μαθητών/-τριών, αντλούν προβληματισμούς από πραγματικές καταστάσεις της καθημερινότητας, επιδέχονται διαφορετικές μεθόδους επίλυσης και απαιτούν τεκμηριωμένες επεξηγήσεις και παραδοχές. Γενικότερα, το ζητούμενο είναι έργα που εμπλέκουν τους/τις μαθητές/-τριες στην αναζήτηση ιδιοτήτων και σχέσεων, στη δημιουργία συνδέσεων και σε δράσεις διερεύνησης, πειραματισμού και αναστοχασμού.

Το μαθηματικό έργο μπορεί να είναι ένα παιχνίδι ή μια άσκηση ή ένα πρόβλημα ή ακόμα και μια ερώτηση που θα θέσει ο/η εκπαιδευτικός στην τάξη. Ωστόσο, η απλή εμπλοκή των μαθητών/-τριών σε ένα μαθηματικό έργο (π.χ. επίλυση εξίσωσης) δεν είναι αρκετή για να θεωρηθεί ότι αναπτύσσουν μια πλούσια μαθηματική δραστηριότητα, η οποία τους προσφέρει την ευκαιρία να αναπτύξουν ποικιλία μαθηματικών και κοινωνικοπολιτισμικών πρακτικών που θα τους/τις οδηγήσουν στις μεγάλες ιδέες των Μαθηματικών (όπως είναι η απόδειξη, η ισοδυναμία και οι μετασχηματισμοί), στην ανάπτυξη των αντίστοιχων μαθηματικών νοημάτων και, τελικά, αυθεντικής μαθηματικής σκέψης.

Ε. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Μια από τις βασικές επιδιώξεις του νέου ΠΣ των Μαθηματικών αποτελεί η αναβάθμιση της διαδικασίας της αξιολόγησης. Η αξιολόγηση διατρέχει όλη τη διδακτική διαδικασία, ελέγχει την πορεία επίτευξης των ΠΜΑ και ανατροφοδοτεί την πορεία μάθησης των μαθητών/-τριών σε ατομικό αλλά και σε συλλογικό επίπεδο. Δεν πρόκειται για «βαθμολογία», «μέτρηση», «συμπλήρωμα διδασκαλίας», αλλά για μια πολύπλοκη διαδικασία, πλήρως ενσωματωμένη στη διδασκαλία, που συνιστά μηχανισμό συνεχούς αποτίμησης και ανατροφοδότησης των δύο κεντρικών όψεων της εκπαιδευτικής πράξης, δηλαδή της μάθησης και της διδασκαλίας. Με αυτή την έννοια, η πρόταση που υιοθετείται από το ΠΣ είναι η διαμορφωτική προσέγγιση στη διαδικασία της αξιολόγησης και ειδικότερα της «αξιολόγησης για μάθηση».

Η σαφής οργάνωση των ΠΜΑ σε διακριτές ομάδες και η εξελικτική πορεία ανάπτυξής τους σε κάθε τάξη, από τάξη σε τάξη και από βαθμίδα σε βαθμίδα εκπαίδευσης επιτρέπει στον/στην εκπαιδευτικό, με την αξιοποίηση διαγνωστικών εργαλείων αξιολόγησης, να καταγράφει και να ενημερώνεται για τον βαθμό κατάκτησης της μαθηματικής γνώσης από τους/τις μαθητές/-τριες στη διάρκεια του σχολικού έτους, να εντοπίζει τις δυσκολίες και τις ελλείψεις τους και να σχεδιάζει τον τρόπο στήριξης και ανατροφοδότησής τους.

Η αξιολόγηση του επιπέδου της μάθησης που έχουν επιτύχει οι μαθητές/-τριες πραγματοποιείται τόσο ανεπίσημα (άτυπα) κατά την εξέλιξη του μαθήματος μέσα στη σχολική τάξη όσο και επίσημα (τυπικά: τεστ, διαγωνίσματα, έργα, συνθετικές εργασίες). Ο/Η εκπαιδευτικός καλείται να προσαρμόζει την αξιολογική διαδικασία στις «ιδιαιτερότητες» και τις ανάγκες των μαθητών/-τριών της τάξης του/της, να διαμορφώνει ανάλογα το πώς και το τι προτίθεται να αξιολογήσει και να αξιοποιεί τα κατάλληλα εργαλεία αξιολόγησης.

Β' Μέρος

Αναλυτική Απεικόνιση του Προγράμματος Σπουδών

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Α' ΛΥΚΕΙΟΥ			
Θεματικά Πεδία	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
ΑΛΓΕΒΡΑ			
		Οι μαθητές/-τριες:	
ΑΡΙΘΜΟΙ	Πραγματικοί αριθμοί.	Αρ.Π.10.1. Διακρίνουν τους ρητούς από τους άρρητους αριθμούς μέσα από τις διάφορες αναπαραστάσεις τους και ταξινομούν συγκεκριμένους αριθμούς στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών (N, Z, Q, R-Q).	<ul style="list-style-type: none"> • Για την κατάταξη των αριθμών στα διάφορα αριθμητικά σύνολα προτείνεται να ερωτηθούν σε ποια από τα βασικά αριθμητικά σύνολα ανήκουν συγκεκριμένοι περιοδικοί δεκαδικοί όπως ο 0,999... και να εξηγήσουν τη σκέψη τους. • Προτείνονται έργα που εξετάζουν την αρρητότητα κάποιων αριθμών, όπως για παράδειγμα ο $\sqrt{2}$. • Περιγράφουν έναν τρόπο για να εντοπίσουν κάποιον ρητό αριθμό ανάμεσα στο $1/100$ και στο $1/99$ και γενικεύουν τη μέθοδό τους για δύο τυχαίους θετικούς ρητούς. • Προτείνονται έργα που αφορούν τη διαδοχικότητα ή μη στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών. Για παράδειγμα εξηγούν εάν έχουν ή δεν έχουν νόημα οι φράσεις: α) ο «επόμενος» ρητός του $1/3$ και β) ο «επόμενος» ακέραιος του -200. • Για την απόλυτη τιμή και τις ιδιότητές της προτείνεται αρχικά να τεθούν ερωτήματα σε γεωμετρική γλώσσα, χρησιμοποιώντας την έννοια της απόστασης ενός αριθμού από το 0.
		Αρ.Π.10.2. Διερευνούν την έννοια της «πυκνότητας» και της «διαδοχικότητας» στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών.	
		Αρ.Π.10.3. Συμβολίζουν με διαστήματα τα σύνολα των πραγματικών αριθμών που προσδιορίζονται από ανισοτικές σχέσεις.	
		Αρ.Π.10.4. Ορίζουν αλγεβρικά την απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού και τη συνδέουν με την απόσταση του αριθμού από το μηδέν. Ερμηνεύουν γεωμετρικά την απόλυτη τιμή της διαφοράς δύο πραγματικών αριθμών.	
		Αρ.Π.10.5. Αποδεικνύουν τις	

ΑΡΙΘΜΟΙ		<p>βασικές ιδιότητες της απόλυτης τιμής.</p> <p>Αρ.Π.10.6. Ορίζουν τη ν-οστή ρίζα μη αρνητικού αριθμού ως τη μοναδική μη αρνητική λύση της εξίσωσης $x^n = \alpha$.</p> <p>Αρ.Π.10.7. Ορίζουν δυνάμεις με ρητό εκθέτη και διερευνούν τις ιδιότητές τους.</p> <p>Αρ.Π.10.8. Χρησιμοποιούν τον ορισμό και τις ιδιότητες των ν-οστών ριζών και γενικότερα των δυνάμεων με ρητό εκθέτη στον υπολογισμό της τιμής αριθμητικών παραστάσεων.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Προτείνονται έργα που εισάγουν στις ιδιότητες των πράξεων των ριζών, με συγκεκριμένα αριθμητικά παραδείγματα, π.χ. το $\sqrt{3} \times \sqrt{75}$ είναι ρητός ή όχι;
ΑΛΓΕΒΡΑ	Σύνολα.	<p>Αλ.Σν.10.1. Αναγνωρίζουν αν μια ιδιότητα ορίζει ένα σύνολο.</p> <p>Αλ.Σν.10.2. Αναπαριστούν τα σύνολα με διάφορους τρόπους (αναγραφή, περιγραφή στοιχείων, διάγραμμα Venn).</p> <p>Αλ.Σν.10.3. Εξετάζουν αν ένα αντικείμενο ανήκει ή όχι σε ένα σύνολο και δηλώνουν αυτή τη σχέση συμβολικά.</p> <p>Αλ.Σν.10.4. Αναγνωρίζουν και δηλώνουν σχέσεις και πράξεις μεταξύ συνόλων με χρήση διαφορετικών αναπαραστάσεων και λεκτικά με κατάλληλη χρήση των συνδέσμων «ή» και «και».</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Προτείνονται έργα τα οποία θέτουν «λογικούς γρίφους», που η λύση τους διευκολύνεται με τα διαγράμματα Venn και την αντίστοιχη απεικόνιση των πράξεων συνόλων, όπως το https://www.geogebra.org/m/FpXjxyJJ
	Αλγεβρικές παραστάσεις.	Αλ.Π.10.1. Αποδεικνύουν τις ταυτότητες που σχετίζονται με τις παραστάσεις $(\alpha \pm \beta)^3$ και $\alpha^3 \pm \beta^3$.	<ul style="list-style-type: none"> • Προτείνονται έργα μέσα από τα οποία θα εξοικειωθούν με απλοποιήσεις αλγεβρικών παραστάσεων που περιέχουν ν-οστές ρίζες.

ΑΛΓΕΒΡΑ		Αλ.Π.10.2. Χρησιμοποιούν τις ταυτότητες και τις ιδιότητες των ν-οστών ριζών και γενικότερα των δυνάμεων με ρητό εκθέτη στον μετασχηματισμό αλγεβρικών παραστάσεων.	
	Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.10.1. Επιλύουν απλές παραμετρικές εξισώσεις 1ου βαθμού και ρεαλιστικά προβλήματα που ανάγονται σε εξισώσεις αυτής της μορφής.	<ul style="list-style-type: none"> • Προτείνεται οι μαθητές/-τριες να βρουν τις ρίζες τριωνύμου μέσω της συμπλήρωσης τετραγώνου και της μοντελοποίησής της με αλγεβρικά πλακίδια (algebra tiles), σε συγκεκριμένη δευτεροβάθμια εξίσωση, όπως η $x^2+4x+3=0$. • Στις δευτεροβάθμιες εξισώσεις/ανισώσεις μπορούν να αξιοποιηθούν προβλήματα που αναφέρονται στην ελάχιστη/μέγιστη τιμή τριωνύμου και η επίλυσή τους διευκολύνεται γραφικά.
		Αλ.Σχ.10.2. Επιλύουν αλγεβρικά και γεωμετρικά απλές εξισώσεις, ανισώσεις και προβλήματα χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της απόλυτης τιμής.	
		Αλ.Σχ.10.3. Επιλύουν απλές εξισώσεις της μορφής $x^v = a$.	
		Αλ.Σχ.10.4. Επιλύουν αλγεβρικά εξισώσεις 2ου βαθμού.	
		Αλ.Σχ.10.5. Επιλύουν απλές εξισώσεις που ανάγονται σε εξισώσεις 2ου βαθμού.	
		Αλ.Σχ.10.6. Χρησιμοποιούν εξισώσεις 2ου βαθμού στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων.	
		Αλ.Σχ.10.7. Επιλύουν ανισώσεις δευτέρου βαθμού αλγεβρικά ή/και γραφικά.	
Αλ.Σχ.10.8. Αξιοποιούν ανισώσεις 2ου βαθμού στη μοντελοποίηση και στην επίλυση προβλημάτων.			

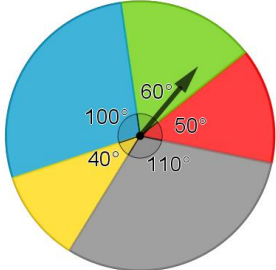
ΑΛΓΕΒΡΑ		Αλ.Σχ.10.9. Κατασκευάζουν δικά τους προβλήματα που επιλύονται με εξισώσεις ή/και ανισώσεις δευτέρου βαθμού.	
	Συναρτήσεις.	<p>Αλ.Σρ.10.1. Αναγνωρίζουν συναρτήσεις μέσα από καταστάσεις συμμεταβολής της καθημερινής ζωής και τις διακρίνουν από άλλες σχέσεις συμμεταβολής.</p> <p>Αλ.Σρ.10.2. Χρησιμοποιούν τον ορισμό της συνάρτησης για να εξετάσουν αν μία σχέση ή αντιστοιχία είναι συνάρτηση ή όχι.</p> <p>Αλ.Σρ.10.3. Συνδέουν διαφορετικές αναπαραστάσεις μιας συνάρτησης (τύπος, πίνακας τιμών και γραφική παράσταση).</p> <p>Αλ.Σρ.10.4. Ερμηνεύουν μία δεδομένη γραφική παράσταση συνάρτησης για να επιλύσουν ένα πρόβλημα.</p> <p>Αλ.Σρ.10.5. Ερμηνεύουν τον ρόλο των παραμέτρων α και β στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\alpha x+\beta$.</p> <p>Αλ.Σρ.10.6. Αντλούν από τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης της μορφής $f(x)=\alpha x+\beta$ πληροφορίες για τη συνάρτηση, όπως η κλίση/μονοτονία της και η εξίσωσή της.</p> <p>Αλ.Σρ.10.7. Χρησιμοποιούν πολυωνυμικές</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Προτείνεται οι μαθητές/-τριες να ασχοληθούν με προβλήματα που επιλύονται τόσο αλγεβρικά, όσο και γραφικά για να αναδειχθούν οι συνδέσεις των γραφικών και αλγεβρικών στοιχείων των συναρτήσεων. • Προτείνονται μαθηματικά έργα στα οποία οι μαθητές/-τριες εντοπίζουν συνευθειακά σημεία και προσδιορίζουν τις εξισώσεις των ευθειών. • Προτείνονται ανοιχτά προβλήματα που μοντελοποιούνται με δευτεροβάθμια συνάρτηση και περιλαμβάνουν ερωτήματα που εστιάζουν στο μέγιστο ή ελάχιστο της συνάρτησης. Ενδεικτικά είναι τα «pen problems» https://extranet.education.unimelb.edu.au/DSME/RITE/MATHS/general_access/curriculum_resources/quadratic_functions/index.shtml#PenProbs ή το «πρόβλημα με το μαντρί» που αναφέρεται εδώ: http://mathlab.mysch.gr/teaching/maths/algebra/2014-15_catalans/index.html • Προτείνονται έργα όπου ο τριγωνομετρικός κύκλος είναι το εργαλείο για να εντοπίσουν άμεσα οι μαθητές/-τριες τους τριγωνομετρικούς αριθμούς μιας γωνίας από 0° έως 360° και να διερευνήσουν τις μεταξύ τους σχέσεις (δημιουργία εικασίας για τις

ΑΛΓΕΒΡΑ		<p>συναρτήσεις 1ου και 2ου βαθμού στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων.</p>	<p>τριγωνομετρικές ταυτότητες).</p>
		<p>Αλ.Σρ.10.8. Αναγνωρίζουν ότι οι τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$ με τον άξονα x'x είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$.</p>	
		<p>Αλ.Σρ.10.9. Χρησιμοποιούν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$ για την εύρεση του προσήμου της f.</p>	
		<p>Αλ.Σρ.10.10. Ορίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας μεταξύ 0° και 360° με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου και των αξόνων των εφαπτομένων και συνεφαπτομένων.</p>	
		<p>Αλ.Σρ.10.11. Αποδεικνύουν τις βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες</p> $(\epsilon\phi x = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x},$ $\sigma\phi x = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x},$ <p>$\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x = 1$) αξιοποιώντας τον τριγωνομετρικό κύκλο και υπολογίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς μιας γωνίας όταν ένας από αυτούς είναι γνωστός.</p>	
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ			
		Οι μαθητές/-τριες:	
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	Σ.Δ.10.1.	• Συλλογή ποιοτικών και

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		<p>Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν σχέσεις εξάρτησης μεταξύ ενός ποσοτικού και ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του πληθυσμού.</p>	<p>ποσοτικών δεδομένων για την επίλυση αυθεντικών στατιστικών προβλημάτων.</p> <ul style="list-style-type: none"> Περιγραφή των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού στις στάθμες ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού μέσω της κατασκευής πολλαπλών θηκογραμμάτων.
		<p>Σ.Δ.10.2. Κατασκευάζουν πολλαπλά θηκογράμματα, υπολογίζοντας και οριακές τιμές, για να περιγράψουν τις τιμές ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού σε κάθε στάθμη ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Π.χ. Ποιες είναι οι επιδόσεις των εφήβων αγοριών και κοριτσιών αθλητών/-τριών στο αγώνισμα του μήκους;
	Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας.	<p>Σ.Μ.10.1. Περιγράφουν και προσδιορίζουν τη διασπορά και την τυπική απόκλιση ποσοτικών δεδομένων χρησιμοποιώντας τετραγωνικές και απόλυτες αποκλίσεις.</p> <p>Σ.Μ.10.2. Διερευνούν πώς επηρεάζεται η διασπορά και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος από την ύπαρξη απόμακρων τιμών.</p> <p>Σ.Μ.10.3. Περιγράφουν και προσδιορίζουν τη μέση τιμή και τη διάμεσο, καθώς και τη διασπορά, την τυπική απόκλιση και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού σε κάθε στάθμη ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Υπολογισμός και ερμηνεία στατιστικών μέτρων θέσης και μεταβλητότητας των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού στις στάθμες ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού. Διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο επηρεάζονται τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού, όταν υπάρχουν απόμακρες τιμές. <p>Παράδειγμα 1: Για ένα σύνολο δεδομένων, οι μαθητές/-τριες υπολογίζουν τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας και στη συνέχεια, αφού αφαιρέσουν μια απόμακρη τιμή, επανυπολογίζουν τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας του νέου, πλέον, συνόλου δεδομένων, συγκρίνουν τα αποτελέσματα, καταγράφουν τις παρατηρήσεις τους και τα</p>

<p>ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ</p>	<p>Σ.Μ.10.4. Περιγράφουν και προσδιορίζουν τον συντελεστή μεταβλητότητας των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού σε κάθε στάθμη ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού.</p> <p>Σ.Μ.10.5. Αναγνωρίζουν τη χρησιμότητα του συντελεστή μεταβλητότητας στη σύγκριση μεταβλητότητας ποσοτικών δεδομένων διαφορετικών μονάδων μέτρησης.</p> <p>Σ.Μ.10.6. Επιλέγουν κατάλληλα μέτρα θέσης και μέτρα μεταβλητότητας ποσοτικών δεδομένων ανάλογα με την ύπαρξη απόμακρων τιμών.</p>	<p>παρουσιάζουν στην ολομέλεια του τμήματός τους.</p> <p>Παράδειγμα 2: Σε δύο διαφορετικά τμήματα του σχολείου που διδάσκεται το ίδιο μάθημα, π.χ. Άλγεβρα, οι βαθμοί του ίδιου διαγωνίσματος έχουν μέση τιμή 16 και στα δύο τμήματα, ενώ οι τυπικές αποκλίσεις των βαθμών στα δύο τμήματα είναι 1,8 και 4,8, αντίστοιχα. Οι μαθητές/-τριες ερωτώνται ποιο από τα δύο τμήματα παρουσιάζει περισσότερη ομοιογένεια στους βαθμούς του, δικαιολογώντας την απάντησή τους.</p>
<p>Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών.</p>	<p>Σ.Ε.10.1. Με τη βοήθεια των θηκογραμμάτων κάνουν συγκρίσεις και εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας που έχουν οι τιμές του ποσοτικού χαρακτηριστικού σε κάθε στάθμη του κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού.</p> <p>Σ.Ε.10.2. Ανακαλύπτουν και εξηγούν με παραδείγματα ότι ένα ποσοτικό και ένα κατηγορικό χαρακτηριστικό δε διέπονται απαραίτητα</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Στους/Στις μαθητές/-τριες δίνονται έτοιμα (πολλαπλά) θηκογράμματα των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού για κάθε στάθμη του κατηγορικού χαρακτηριστικού (π.χ. θηκογράμματα των τιμών των επιδόσεων των εφήβων αγοριών και κοριτσιών αθλητών/-τριών στο αγώνισμα του μήκους). Με τη βοήθεια αυτών, συγκρίνουν τα διαγράμματα σχετικά με τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας των τιμών του ποσοτικού χαρακτηριστικού σε κάθε στάθμη του κατηγορικού χαρακτηριστικού, εξάγουν συμπεράσματα και τα παρουσιάζουν στην ολομέλεια του τμήματος.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		από μια σχέση αιτίας-αιτιατού.	
ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	Πειράματα τύχης και Πιθανότητες.	Π.Π.10.1. Περιγράφουν πειράματα τύχης και αναγνωρίζουν τη χρησιμότητα των πιθανοθεωρητικών μοντέλων για τη μελέτη πολύπλοκων φαινομένων.	<ul style="list-style-type: none"> • Περιγραφή πειραμάτων τύχης με ισοπίθανα ενδεχόμενα και υπολογισμός των αντίστοιχων πιθανοτήτων.
		Π.Π.10.2. Μεταγράφουν ενδεχόμενα και σχέσεις ενδεχομένων που είναι διατυπωμένες σε φυσική γλώσσα, στη γλώσσα των συνόλων και αντίστροφα.	<ul style="list-style-type: none"> • Περιγραφή πειραμάτων τύχης με μη ισοπίθανα ενδεχόμενα και υπολογισμός των αντίστοιχων πιθανοτήτων.
		Π.Π.10.3. Περιγράφουν πειράματα τύχης και με μη ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα.	<ul style="list-style-type: none"> • Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση των κανόνων λογισμού πιθανοτήτων. <p>Παράδειγμα 1: Ρίχνουμε δύο ζάρια και καταγράφουμε το άθροισμα των ενδείξεών τους. Ποιο άθροισμα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης;</p>
		Π.Π.10.4. Διατυπώνουν υποθέσεις για τους κανόνες που αναμένεται να ισχύουν στον λογισμό των πιθανοτήτων.	<ul style="list-style-type: none"> • Παράδειγμα 2: Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένας δίσκος, χωρισμένος σε χρωματισμένους κυκλικούς τομείς. Ο δίσκος χρησιμεύει σε ένα παιχνίδι με τους εξής κανόνες: Κάθε παίκτης/-κτρια επιλέγει ένα χρώμα και ένας/μία από όλους περιστρέφει το βέλος με δύναμη. Το βέλος σταματάει την περιστροφή του. Νικητής είναι ο/η παίκτης/-κτρια που είχε επιλέξει το χρώμα του τομέα που σταμάτησε το βέλος. Αν το βέλος σταματήσει μεταξύ δύο τομέων, τότε θεωρούμε ότι βρίσκεται στον τομέα που είναι το μεγαλύτερο μέρος του. Αν σταματήσει έτσι ώστε να μην είναι φανερό σε ποιον τομέα βρίσκεται το μεγαλύτερο μέρος του, η περιστροφή του βέλους επαναλαμβάνεται. <p>Προσπαθήστε να μοντελοποιήσετε το πείραμα τύχης που</p>
		Π.Π.10.5. Διατυπώνουν τον αξιωματικό ορισμό πιθανότητας για έναν πεπερασμένο δειγματικό χώρο.	
		Π.Π.10.6. Αναγνωρίζουν διαφορές και συνδέσεις μεταξύ γενικού και κλασικού ορισμού πιθανότητας.	
		Π.Π.10.7. Αποδεικνύουν τους κανόνες λογισμού πιθανοτήτων στο πλαίσιο του αξιωματικού ορισμού πιθανότητας.	
		Π.Π.10.8. Λύνουν προβλήματα χρησιμοποιώντας τους κανόνες λογισμού	

<p>ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ</p>		<p>πιθανοτήτων.</p>	<p>περιγράφεται παραπάνω, ορίζοντας κατάλληλο δειγματοχώρο και στη συνέχεια βρείτε την πιθανότητα να κερδίσει κάθε παίκτης/-κτρια, σε σχέση με το χρώμα που επέλεξε.</p>  <p>Παράδειγμα 3: Οι μαθητές/-τριες πειραματίζονται με έναν κύβο ο οποίος έχει τρεις κόκκινες, δύο κίτρινες και μία πράσινη έδρα. Μπορούμε π.χ. να βάψουμε κόκκινες τις έδρες ενός ζαριού με ένδειξη 1-3, κίτρινες τις έδρες με ένδειξη 4-5 και πράσινη την έδρα με ένδειξη 6. Οι μαθητές/-τριες μπορούν να περιγράψουν το παραπάνω πείραμα σε έναν απλούστερο δειγματικό χώρο με 9 εκβάσεις (το καρτεσιανό γινόμενο του συνόλου {κόκκινο, κίτρινο, πράσινο} με τον εαυτό του), να αποδώσουν πιθανότητα σε αυτές τις εκβάσεις και να υπολογίσουν π.χ. την πιθανότητα τουλάχιστον μία έδρα να είναι κόκκινη χρησιμοποιώντας λογισμό πιθανοτήτων και όχι απαρίθμηση.</p> <p>Παράδειγμα 4: Η πιθανότητα να πάει μια οικογένεια για διακοπές στην Κύπρο είναι 0,2, να πάει στην Ελλάδα είναι 0,3 και η πιθανότητα να πάει τουλάχιστον σε μία από τις δύο χώρες είναι 0,4. Να βρείτε την πιθανότητα η οικογένεια:</p>
--------------------	--	---------------------	--

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ			α) να πάει και στις δύο χώρες, β) να πάει μόνο στην Ελλάδα.
-------------	--	--	--

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Α' ΛΥΚΕΙΟΥ			
Θεματικά Πεδία	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ			
		Οι μαθητές/-τριες:	
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γεωμετρία του επιπέδου.	Γ.Ε.10.1. Αναγνωρίζουν τη σημασία του 5ου Ευκλείδειου Αιτήματος στην εξέλιξη της Γεωμετρίας.	<ul style="list-style-type: none"> • Διερεύνηση του 5ου Ευκλείδειου Αιτήματος και βασικών προτάσεων της θεωρίας των παραλλήλων στη σφαιρική γεωμετρία. • Μέθοδος του Ερατοσθένη για τον υπολογισμό της περιμέτρου της Γης. • Σχέση γωνιών που ορίζονται από στοιχεία τριγώνου με τις γωνίες του τριγώνου, όπως γωνία δύο διχοτόμων, γωνία ύψους και διχοτόμου κ.λπ. • Συσχέτιση των γωνιών που προκύπτουν κατά την ανάλυση δυνάμεων στη Φυσική, όπως π.χ. στο κεκλιμένο επίπεδο.
		Γ.Ε.10.2. Αποδεικνύουν τις σχέσεις γωνιών που σχηματίζουν παράλληλες ευθείες όταν τέμνονται από τρίτη και διατυπώνουν κριτήρια για την παραλληλία δύο ευθειών του επιπέδου.	
		Γ.Ε.10.3. Αποδεικνύουν ότι το άθροισμα γωνιών τριγώνου είναι ίσο με μία ευθεία γωνία.	
		Γ.Ε.10.4. Αναγνωρίζουν γωνίες με πλευρές κάθετες ή παράλληλες, διερευνούν και αποδεικνύουν τις μεταξύ τους σχέσεις.	
		Γ.Ε.10.5. Σχεδιάζουν με γεωμετρικά όργανα από σημείο εκτός ευθείας, ευθεία παράλληλη προς αυτήν και αιτιολογούν τη διαδικασία.	
		Γ.Ε.10.6. Χρησιμοποιούν ιδιότητες των παράλληλων ευθειών για την επίλυση μαθηματικών και ρεαλιστικών προβλημάτων.	
		Γ.Ε.10.7.	

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Ανακαλύπτουν και αποδεικνύουν τον τύπο για το άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου.	
	Γ.Ε.10.8. Ελέγχουν πότε σχέσεις μεταξύ βασικών στοιχείων τριγώνων και ορθογώνιων τριγώνων αποτελούν κριτήριο ισότητας αυτών.	<ul style="list-style-type: none"> • Έλεγχος ισότητας δύο τριγώνων τα οποία έχουν ίσα τρία αντίστοιχα κύρια στοιχεία τους και εντοπισμός κριτηρίων ισότητας ορθογώνιων τριγώνων που δεν προκύπτουν ως άμεση εφαρμογή κριτηρίου ισότητας τυχαίων τριγώνων. • Αξιοποίηση της ισότητας τριγώνων στον υπολογισμό αποστάσεων σημείων που δεν είναι δυνατή η άμεση πρόσβαση, όπως, π.χ., η απόσταση μεταξύ δύο σημείων που είναι στις όχθες μιας λίμνης. • Τριχοτόμηση συγκεκριμένων γωνιών με κανόνα και διαβήτη και παραδείγματα τριχοτόμησης γωνιών με άλλα εργαλεία. • Διερεύνηση σχετικών θέσεων δύο κύκλων.
	Γ.Ε.10.9. Κατασκευάζουν με κανόνα και διαβήτη τρίγωνα για τα οποία δίνονται βασικά τους στοιχεία (γωνίες, πλευρές).	
	Γ.Ε.10.10. Αποδεικνύουν κριτήρια, ώστε ένα τρίγωνο να είναι ισοσκελές.	
	Γ.Ε.10.11. Χρησιμοποιούν ιδιότητες των ίσων τριγώνων στην επίλυση μαθηματικών και ρεαλιστικών προβλημάτων.	
	Γ.Ε.10.12. Αναγνωρίζουν τη διχοτόμο γωνίας και τη μεσοκάθετο ευθύγραμμου τμήματος ως γεωμετρικούς τόπους σημείων και αποδεικνύουν τις σχετικές προτάσεις.	
	Γ.Ε.10.13. Κατασκευάζουν με κανόνα και διαβήτη τη διχοτόμο γωνίας και τη μεσοκάθετο ευθύγραμμου τμήματος και αιτιολογούν τη διαδικασία.	
Γ.Ε.10.14. Διερευνούν και αποδεικνύουν γεωμετρικούς τόπους που ανάγονται στους ήδη γνωστούς.		

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γ.Ε.10.15. Διερευνούν και αποδεικνύουν βασικές ανισοτικές σχέσεις στοιχείων τριγώνου (τριγωνική ανισότητα και σύνδεση σχέσης πλευρών με σχέση αντίστοιχων γωνιών).	<ul style="list-style-type: none"> • Έργα σχεδίασης παραλληλογράμμου ή ειδικών παραλληλογράμμων που διατηρούν αναλλοίωτες τις ιδιότητές τους μετά από δυναμική μεταβολή στοιχείων τους σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας. • Έργα τα οποία απαιτούν δημιουργία εικασιών και τεκμηρίωσή τους με απόδειξη ή με αντιπαράδειγμα. • Αναγνώριση και αξιοποίηση των ιδιοτήτων των κέντρων τριγώνου. • Ερμηνεία της φυσικής σημασίας του κέντρου βάρους τριγώνου. • Διερεύνηση ιδιοτήτων τετραπλευρών με κάθετες διαγωνίους που δεν είναι παραλληλόγραμμα ή τραπέζια (π.χ., τετράπλευρος χαρταετός).
	Γ.Ε.10.16. Αποδεικνύουν ότι, στον ίδιο κύκλο ή σε ίσους κύκλους, ίσα τόξα ορίζουν ίσες χορδές και ίσα αντίστοιχα σε αυτές αποστήματα και ελέγχουν τους αντίστροφους ισχυρισμούς.	
	Γ.Ε.10.17. Κατασκευάζουν εφαπτομένη κύκλου σε σημείο του με κανόνα και διαβήτη.	
	Γ.Ε.10.18. Αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητες του παραλληλογράμμου, καθώς και ποιες από αυτές το χαρακτηρίζουν.	
	Γ.Ε.10.19. Αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητες ορθογωνίου, ρόμβου και τετραγώνου και διακρίνουν ποιες από αυτές χαρακτηρίζουν τα αντίστοιχα τετράπλευρα.	
	Γ.Ε.10.20. Αποδεικνύουν ιδιότητες που αφορούν το ευθύγραμμο τμήμα το οποίο συνδέει μέσα πλευρών τριγώνου.	
	Γ.Ε.10.21. Σε ορθογώνιο τρίγωνο αποδεικνύουν ιδιότητες που συσχετίζουν την υποτείνουσα με τη διάμεσο που	

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		αντιστοιχεί σε αυτήν ή με την κάθετη πλευρά που είναι απέναντι από γωνία 30 μοιρών και αποδεικνύουν ότι οι ιδιότητες αυτές χαρακτηρίζουν τα ορθογώνια τρίγωνα.	<ul style="list-style-type: none"> • Ταξινομήσεις τετραπλεύρων με εννοιολογικούς χάρτες και διαγράμματα Venn.
		Γ.Ε.10.22. Αποδεικνύουν ότι σε κάθε τρίγωνο οι μεσοκάθετοι των πλευρών του και οι διχοτόμοι των γωνιών του συντρέχουν αντιστοίχως σε σημεία που αποτελούν κέντρα χαρακτηριστικών κύκλων του.	
		Γ.Ε.10.23. Διαπιστώνουν ότι σε κάθε τρίγωνο τα ύψη του και οι διάμεσοί του συντρέχουν αντιστοίχως.	
		Γ.Ε.10.24. Μοντελοποιούν και επιλύουν πραγματικά προβλήματα αξιοποιώντας τα κέντρα τριγώνου.	
		Γ.Ε.10.25. Ορίζουν το τραπέζιο και το ισοσκελές τραπέζιο και αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητές τους.	
	Γεωμετρία του χώρου.	<p>Γ.Χ.10.1. Σχεδιάζουν ευθείες και επίπεδα στον χώρο.</p> <p>Γ.Χ.10.2. Διερευνούν σχετικές θέσεις ευθειών, επιπέδων, ευθειών και επιπέδων στον χώρο.</p> <p>Γ.Χ.10.3. Αναγνωρίζουν τις διέδρες γωνίες επεκτείνοντας την έννοια της γωνίας στον χώρο.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Προσδιορισμός σχετικών θέσεων ευθειών και επιπέδων σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. • Αναπαραστάσεις του Θεωρήματος των Τριών Καθέτων με χειραπτικά εργαλεία.
ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ	Μέτρο γωνιών.	Μ.Γ.10.1. Ορίζουν το μέτρο διέδρης γωνίας.	

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ			
Θεματικό Πεδίο	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
ΑΛΓΕΒΡΑ			
		Οι μαθητές/-τριες:	
ΑΛΓΕΒΡΑ	Κανονικότητα.	Αλ.Κ.11.1. Αναγνωρίζουν την ακολουθία ως συνάρτηση από τους φυσικούς στους πραγματικούς αριθμούς.	<ul style="list-style-type: none"> Εισαγωγή στην έννοια της ακολουθίας ως ειδικής περίπτωσης συνάρτησης με Π.Ο. το σύνολο των φυσικών αριθμών (ή κάποιο υποσύνολό του) με τη βοήθεια κατάλληλων προβλημάτων. Χρήση των γενικών ή / και των αναδρομικών τύπων και απεικόνιση όρων της ακολουθίας στο καρτεσιανό σύστημα. Προβλήματα που μοντελοποιούνται από αριθμητικές ή γεωμετρικές προόδους και εξαγωγή των τύπων για τον n-οστό όρο και τα αθροίσματα των n πρώτων όρων.
		Αλ.Κ.11.2. Αναπαριστούν ακολουθίες γραφικά.	
		Αλ.Κ.11.3. Υπολογίζουν όρους ακολουθίας όταν δίνεται ο γενικός ή ο αναδρομικός τύπος.	
		Αλ.Κ.11.4. Αναγνωρίζουν ακολουθίες με σταθερή διαφορά διαδοχικών όρων και ορίζουν την αριθμητική πρόοδο	
		Αλ.Κ.11.5. Υπολογίζουν το n -οστό όρο και το άθροισμα των n πρώτων όρων μιας αριθμητικής πρόοδου.	
		Αλ.Κ.11.6. Αξιοποιούν την αριθμητική πρόοδο στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων.	
		Αλ.Κ.11.7. Αναγνωρίζουν ακολουθίες με σταθερό λόγο διαδοχικών όρων και ορίζουν τη γεωμετρική πρόοδο.	
		Αλ.Κ.11.8. Υπολογίζουν το n -οστό όρο και το άθροισμα των n πρώτων όρων μιας γεωμετρικής	

ΑΛΓΕΒΡΑ		προόδου.	
		Αλ.Κ.11.9. Αξιοποιούν τη γεωμετρική πρόοδο στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων.	
	Συνάρτηση.	Αλ.Σρ.11.1. Ορίζουν το ακτίνιο ως μονάδα μέτρησης τόξων και γωνιών και συνδέουν ακτίνια και μοίρες.	<ul style="list-style-type: none"> • Ορισμός του ακτινίου ως μονάδας μέτρησης τόξων – γωνιών και απεικόνιση των πραγματικών αριθμών στον τριγωνομετρικό κύκλο με τη βοήθεια κατάλληλου αρχείου λογισμικού, π.χ. https://www.geogebra.org/m/knzfkNgW • Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών διαφόρων τόξων με αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο, χρησιμοποιώντας τις συμμετρίες. • Έργα που μελετούν περιοδικά φαινόμενα, αναγνώριση των τριγωνομετρικών συναρτήσεων, οι οποίες τα μοντελοποιούν και εξαγωγή συμπερασμάτων για τα χαρακτηριστικά των συναρτήσεων. • Χρήση του τριγωνομετρικού κύκλου για τη λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων και ανισώσεων και γεωμετρική ερμηνεία των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια των σχετικών γραφικών παραστάσεων. • Χρήση των γραφικών παραστάσεων πολυωνυμικών συναρτήσεων και εξαγωγή συμπερασμάτων για τις ιδιότητές τους (μονοτονία, ρίζες, πρόσημο κτλ.).
		Αλ.Σρ.11.2. Αντιστοιχίζουν τους πραγματικούς αριθμούς στα σημεία του τριγωνομετρικού κύκλου και ορίζουν τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις.	
		Αλ.Σρ.11.3. Με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου συνδέουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ενός πραγματικού αριθμού με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ενός αριθμού που αντιστοιχεί στο πρώτο τεταρτημόριο.	
		Αλ.Σρ.11.4. Διερευνούν τις ιδιότητες των τριγωνομετρικών συναρτήσεων με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου και σχεδιάζουν τις γραφικές τους παραστάσεις.	
Αλ.Σρ.11.5. Μοντελοποιούν περιοδικά φαινόμενα με χρήση τριγωνομετρικών συναρτήσεων.			
Αλ.Σρ.11.6. Επιλύουν τριγωνομετρικές εξισώσεις της μορφής $\eta\mu x = \alpha$, $\sigma\upsilon\nu x = \alpha$, $\epsilon\phi x = \alpha$ και $\sigma\phi x = \alpha$, με			

ΑΛΓΕΒΡΑ		<p>τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου και των αξόνων εφαπτομένης και συνεφαπτομένης.</p> <p>Αλ.Σρ.11.7. Επιλύουν τριγωνομετρικές ανισώσεις της μορφής $\eta\mu x > \alpha$, $\sigma\upsilon\eta x > \alpha$, $\epsilon\phi x > \alpha$, και $\sigma\phi x > \alpha$ (ή με «<»).</p> <p>Αλ.Σρ.11.8. Ορίζουν και εφαρμόζουν τις πράξεις των πολυωνυμικών συναρτήσεων (πρόσθεση, πολλαπλασιασμό και ευκλείδεια διαίρεση).</p> <p>Αλ.Σρ.11.9. Επιλύουν προβλήματα μοντελοποίησης χρησιμοποιώντας πολυωνυμικές και ρητές συναρτήσεις.</p> <p>Αλ.Σρ.11.10. Αντλούν πληροφορίες για ιδιότητες πολυωνυμικών και ρητών συναρτήσεων από τις γραφικές τους παραστάσεις</p> <p>Αλ.Σρ.11.11. Ορίζουν και εφαρμόζουν τις ιδιότητες (μονοτονία, ακρότητα, συμμετρίες και τις μετατοπίσεις γραφημάτων) απλών μορφών πολυωνυμικών και ρητών συναρτήσεων.</p>	
	Αλγεβρικές σχέσεις.	<p>Αλ.Σχ.11.1. Επιλύουν αλγεβρικά και ερμηνεύουν γραφικά πολυωνυμικές εξισώσεις.</p> <p>Αλ.Σχ.11.2. Επιλύουν αλγεβρικά και ερμηνεύουν γραφικά πολυωνυμικές ανισώσεις.</p> <p>Αλ.Σχ.11.3. Μοντελοποιούν και επιλύουν</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Οι τρόποι επίλυσης εξισώσεων και ανισώσεων που γνωρίζουν ήδη οι μαθητές/-τριες (1ου βαθμού, διακρίνουσα και παραγοντοποίηση) επεκτείνονται με διάφορες τεχνικές (σχήμα Horner) αλλά και στην προσεγγιστική εύρεση ριζών και οι μαθητές/-τριες τους ερμηνεύουν γεωμετρικά μέσω των

ΑΛΓΕΒΡΑ		προβλήματα με τη βοήθεια πολυωνυμικών εξισώσεων.	<p>αντίστοιχων γραφικών παραστάσεων.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Μελέτη διαφόρων φαινομένων και καταστάσεων που χρειάζονται τις πολυωνυμικές συναρτήσεις για την επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων. • Επίλυση απλών εξισώσεων με ριζικά δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στους περιορισμούς που προκύπτουν. • Έργα τα οποία μοντελοποιούν φαινόμενα και καταστάσεις που επιλύονται με συστήματα αλγεβρικά ή/και γεωμετρικά.
		Αλ.Σχ.11.4. Μοντελοποιούν και επιλύουν προβλήματα με τη βοήθεια πολυωνυμικών ανισώσεων.	
		Αλ.Σχ.11.5. Υπολογίζουν προσεγγιστικά ρίζα πολυωνυμικής συνάρτησης μέσω οπτικοποίησης του θεωρήματος Bolzano και χρήσης ψηφιακών εργαλείων.	
		Αλ.Σχ.11.6. Επιλύουν εξισώσεις με ριζικά.	
		Αλ.Σχ.11.7. Επιλύουν αλγεβρικά μη γραμμικά συστήματα με δύο αγνώστους και ερμηνεύουν γραφικά τις λύσεις.	
		Αλ.Σχ.11.8. Χρησιμοποιούν συστήματα για τη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων. Ερμηνεύουν τις λύσεις τους στο πλαίσιο του προβλήματος και αιτιολογούν την άποψή τους.	
	Αλ.Σχ.11.9. Κατασκευάζουν δικά τους προβλήματα που επιλύονται με σύστημα.		
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ			
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	Σ.Δ.11.1. Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο κατηγορικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.	<ul style="list-style-type: none"> • Συλλογή ποιοτικών δεδομένων για την επίλυση αυθεντικών στατιστικών προβλημάτων. • Περιγραφή των τιμών ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού σε σχέση με τις τιμές ενός άλλου ποιοτικού
		Σ.Δ.11.2. Κατασκευάζουν	

<p>ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ</p>	<p>πίνακες συνάφειας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων διπλής εισόδου και ερμηνεύουν τις τελευταίες ως πιθανότητες τομής δύο ενδεχομένων.</p> <p>Σ.Δ.11.3. Από τον πίνακα συνάφειας συχνοτήτων διπλής εισόδου υπολογίζουν τις περιθώριες συχνότητες και τις σχετικές συχνότητες.</p> <p>Σ.Δ.11.4. Υπολογίζουν τις σχετικές συχνότητες για κάθε πιθανή στάθμη ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού δεσμεύοντας κάθε φορά ως προς μία στάθμη του άλλου κατηγορικού χαρακτηριστικού και τις ερμηνεύουν ως δεσμευμένες πιθανότητες.</p> <p>Σ.Δ.11.5. Κατασκευάζουν στοιβαγμένα ραβδογράμματα συχνοτήτων και ομαδοποιημένα ραβδογράμματα σχετικών συχνοτήτων.</p>	<p>χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού, οργανώνοντας και παρουσιάζοντας συνοπτικά τα δεδομένα σε κατάλληλους πίνακες συνάφειας και στοιβαγμένα ραβδογράμματα συχνοτήτων ή ομαδοποιημένα ραβδογράμματα σχετικών συχνοτήτων.</p> <p>Παράδειγμα: Οι μαθητές/-τριες του τμήματος χωρίζονται σε ολιγομελείς ομάδες, θέτουν ερωτήματα, όπως «ποιο είναι το αγαπημένο άθλημα των εφήβων αγοριών και κοριτσιών;» ή «ποια ομάδα προσανατολισμού σπουδών επέλεξαν οι μαθητές και οι μαθήτριες του σχολείου σας;» και με τη χρήση κατάλληλων πινάκων συνάφειας και διαγραμμάτων συζητούν πρώτα στην ομάδα τους και μετά στην ολομέλεια σχετικά με την ύπαρξη ή μη συσχέτισης μεταξύ του φύλου και του αγαπημένου αθλήματος ή της ομάδας σπουδών που επέλεξαν.</p>
<p>Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών.</p>	<p>Σ.Ε.11.1. Από δοσμένα στοιβαγμένα ραβδογράμματα συχνοτήτων και ομαδοποιημένα ραβδογράμματα σχετικών συχνοτήτων εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με την εξάρτηση των δύο κατηγορικών μεταβλητών.</p> <p>Σ.Ε.11.2. Ανακαλύπτουν και εξηγούν με παραδείγματα ότι δύο κατηγορικά χαρακτηριστικά δε</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Οι μαθητές/-τριες μέσα από δοσμένα στοιβαγμένα ραβδογράμματα συχνοτήτων και ομαδοποιημένα ραβδογράμματα σχετικών συχνοτήτων συγκρίνουν τα μήκη των ράβδων που αντιστοιχούν στις στάθμες του ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού μέσα στην κάθε στάθμη του άλλου κατηγορικού χαρακτηριστικού, προκειμένου να εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με την εξάρτηση των δύο κατηγορικών χαρακτηριστικών του υπό

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		διέπονται απαραίτητα από μια σχέση αιτίας-αιτιατού.	<p>μελέτη πληθυσμού.</p> <p>Παράδειγμα: Έρευνες έδειξαν ότι τα μικρά παιδιά που κοιμούνται με αναμμένο το φως είναι πολύ πιθανότερο να εμφανίσουν μυωπία αργότερα. Μπορείτε να συμπεράνετε αν ο ύπνος με αναμμένο φως προκαλεί μυωπία;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Το παράδοξο του Simpson μπορεί να παρουσιάσει στους/στις μαθητές/-τριες τι είδους προβλήματα προκύπτουν από τον συνδυασμό δεδομένων από διάφορες ομάδες.
ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	Πειράματα τύχης και Πιθανότητες.	<p>Π.Π.11.1. Εξηγούν τους τρόπους υπολογισμού διατάξεων με και χωρίς επαναλήψεις, μεταθέσεων και συνδυασμών.</p> <p>Π.Π.11.2. Υπολογίζουν το πλήθος των στοιχείων ενδεχομένων με χρήση αρχών απαρίθμησης.</p> <p>Π.Π.11.3. Επιλέγουν το κατάλληλο πλαίσιο συνδυαστικών μεθόδων σε κάθε πρόβλημα.</p> <p>Π.Π.11.4. Χρησιμοποιούν τις διατάξεις με και χωρίς επαναλήψεις, μεταθέσεις και συνδυασμούς στη μοντελοποίηση και την επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Υπολογισμός του πλήθους των στοιχείων ενδεχομένων με τη χρήση των αρχών απαρίθμησης. • Επίλυση απλών πραγματικών προβλημάτων χρησιμοποιώντας τις διατάξεις με και χωρίς επαναλήψεις, μεταθέσεις και συνδυασμούς. <p>Παράδειγμα: Τι από τα παρακάτω είναι πιθανότερο;</p> <ul style="list-style-type: none"> – να κερδίσετε στο τζόκερ έχοντας συμπληρώσει μία στήλη ή – να καλέσετε στο τηλέφωνο έναν φίλο ή μία φίλη σας, γνωρίζοντας μόνο ότι ο κωδικός περιοχής του/της είναι 210 και επιλέγοντας τα υπόλοιπα επτά ψηφία στην τύχη. <p>Παράδειγμα: Δέκα μαθητές/-τριες θα παραταχθούν σε ευθεία γραμμή. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η παράταξη των μαθητών/-τριών; Με πόσους τρόπους μπορούν δύο</p>

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ		<p>συγκεκριμένοι/-νες μαθητές/-τριες να παραταχθούν σε συνεχόμενες θέσεις; Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου δύο συγκεκριμένοι/-ες μαθητές/-τριες να παραταχθούν σε συνεχόμενες θέσεις.</p> <p>Παράδειγμα: Τρεις ορειβάτες/-τριες θα καταλύσουν στα πέντε ξενοδοχεία του χωριού Αρίστη στον νομό Ιωαννίνων. Με πόσους τρόπους μπορούν να φιλοξενηθούν στα πέντε ξενοδοχεία; Με πόσους τρόπους μπορούν να φιλοξενηθούν, αν πρέπει να φιλοξενηθούν σε διαφορετικά ξενοδοχεία; Να βρείτε την πιθανότητα οι ορειβάτες/-τριες να φιλοξενηθούν σε διαφορετικά ξενοδοχεία.</p> <p>Παράδειγμα: Η εταιρεία «Senior Model» θα προσλάβει 4 υπαλλήλους. Έκαναν αίτηση 5 άνδρες και 7 γυναίκες. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:</p> <ul style="list-style-type: none"> – να προσληφθούν 2 άνδρες και δύο γυναίκες – να προσληφθούν τουλάχιστον 3 γυναίκες – να προσληφθεί η κ. Ιφιγένεια που έκανε αίτηση 	
	Π.Π.11.5. Αναγνωρίζουν ότι πολλές διαδικασίες της καθημερινότητας περιγράφονται από την κανονική κατανομή.		<ul style="list-style-type: none"> • Επίλυση προβλημάτων αξιοποιώντας τις ιδιότητες της κανονικής κατανομής <p>Παράδειγμα: Οι πόρτες που κατασκευάζει μια εταιρεία είναι τυποποιημένες με ύψος 183 cm. Θεωρούμε ότι τα ύψη των ενηλίκων στην Ελλάδα ακολουθούν κανονική κατανομή με μέση τιμή 171 cm και τυπική</p>
	Π.Π.11.6. Εφαρμόζουν τις ιδιότητες της κανονικής κατανομής για την επίλυση		

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ		προβλημάτων του πραγματικού κόσμου.	απόκλιση 6 cm. Παίρνουμε ένα πολύ μεγάλο δείγμα ενηλίκων στην Ελλάδα. Να εκτιμήσετε το ποσοστό των ενηλίκων του δείγματος που είναι ψηλότεροι/-ες από την πόρτα. Να βρείτε ποιο πρέπει να είναι το ύψος της πόρτας, ώστε, αν επιλέξουμε τυχαία έναν/μία ενήλικα/-η στην Ελλάδα, η πιθανότητα να είναι ψηλότερος/-η από την πόρτα να είναι περίπου 0,15%.
	Συσχέτιση.	Π.Σ.11.1. Ορίζουν τη δεσμευμένη πιθανότητα ενός ενδεχομένου, δεδομένου ενός άλλου.	<ul style="list-style-type: none"> • Επιλύουν απλά προβλήματα, υπολογίζοντας τη δεσμευμένη πιθανότητα ενός ενδεχομένου, δεδομένου ενός άλλου. <p>Παράδειγμα: Σε ένα τραπέζι κάθονται τρεις άνδρες και πέντε γυναίκες. Δύο από τις γυναίκες είναι αριστερόχειρες και ένας άνδρας είναι αριστερόχειρας. Επιλέγουμε ένα άτομο από τα οκτώ, τυχαία και ορίζουμε το ενδεχόμενο $E = \{\text{το άτομο είναι αριστερόχειρας}\}$. Να βρείτε την πιθανότητα $P(E)$ και στη συνέχεια να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου E, δεδομένου ότι το άτομο που έχει επιλεγεί είναι άνδρας.</p>

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ			
Θεματικό Πεδίο	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ			
		Οι μαθητές/-τριες:	
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γεωμετρία του επιπέδου.	Γ.Ε.11.1. Διερευνούν και αποδεικνύουν τη σχέση εγγεγραμμένης και επίκεντρης γωνίας που βαίνουν στο ίδιο τόξο.	<ul style="list-style-type: none"> Διερεύνηση της σχέσης εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας κύκλου με αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων δυναμικής γεωμετρίας και εξαγωγή συμπερασμάτων. Προσδιορισμός των παραλληλογράμμων και των τραπεζίων που είναι εγγράψιμα σε κύκλο.
		Γ.Ε.11.2. Σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας διερευνούν τον γεωμετρικό τόπο των σημείων που βλέπουν υπό συγκεκριμένη γωνία σταθερό ευθύγραμμο τμήμα και δίνουν απόδειξη στην περίπτωση που η γωνία είναι ορθή.	
		Γ.Ε.11.3. Αναγνωρίζουν τα κριτήρια εγγραφής τετραπλεύρου σε κύκλο.	
		Γ.Ε.11.4. Ορίζουν τον λόγο δύο ευθύγραμμων τμημάτων.	<ul style="list-style-type: none"> Εύρεση διαφορετικών μεγεθών με τον ίδιο λόγο. Υπολογισμός φυσικών μεγεθών (ύψος σχολικού κτιρίου, αποστάσεις μέσω χαρτών κ.λπ.).
		Γ.Ε.11.5. Διαιρούν ευθύγραμμο τμήμα σε n ίσα μέρη.	
		Γ.Ε.11.6 Διατυπώνουν το Θεώρημα Θαλή και το αντίστροφό του και τα αξιοποιούν στην επίλυση μαθηματικών και πραγματικών προβλημάτων.	
		Γ.Ε.11.7. Ορίζουν τα όμοια τρίγωνα και πολύγωνα και διερευνούν τα κριτήρια ομοιότητας των τριγώνων.	
		Γ.Ε.11.8. Χρησιμοποιούν την ομοιότητα τριγώνων	

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	για να επιλύσουν μαθηματικά και ρεαλιστικά προβλήματα.	
	Γ.Ε.11.9. Αποδεικνύουν τις μετρικές σχέσεις που αφορούν τις πλευρές και το ύψος ορθογώνιου τριγώνου.	<ul style="list-style-type: none"> • Μελέτη διαφορετικών αποδείξεων του Πυθαγόρειου Θεωρήματος. • Χωρισμός τριγώνου σε δεδομένο αριθμό ισοδύναμων τριγώνων με ευθείες που περνούν από μία κορυφή του ή σε τρία ισοδύναμα τρίγωνα από ευθείες που διέρχονται από σημείο που είναι στο εσωτερικό του. • Εύρεση τετραγώνου ισοδύναμου με δεδομένο πεντάγωνο.
	Γ.Ε.11.10. Αποδεικνύουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφό του.	
	Γ.Ε.11.11. Χρησιμοποιούν το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφό του για την επίλυση μαθηματικών και ρεαλιστικών προβλημάτων.	
	Γ.Ε.11.12. Διατυπώνουν τη γενίκευση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος σε τυχαίο τρίγωνο και την εφαρμόζουν στον προσδιορισμό του είδους των γωνιών τριγώνου.	
	Γ.Ε.11.13. Μοντελοποιούν και επιλύουν ρεαλιστικά προβλήματα αξιοποιώντας τους γνωστούς τύπους εμβαδών σχημάτων, καθώς και τον τύπο του Ήρωνα για το εμβαδόν τριγώνου.	
	Γ.Ε.11.14. Μετατρέπουν πολύγωνα σε ισοδύναμα με λιγότερες πλευρές.	
	Γ.Ε.11.15. Διερευνούν τις ιδιότητες κανονικών πολυγώνων και κατασκευάζουν με κανόνα και διαβήτη	

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		ισόπλευρο τρίγωνο, τετράγωνο και κανονικό εξάγωνο εγγεγραμμένα σε κύκλο.	
	Τριγωνομετρία.	Γ.Τ.11.1. Αξιοποιώντας τη γενίκευση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος σε τυχαίο τρίγωνο αποδεικνύουν τον νόμο των συνημιτόνων.	<ul style="list-style-type: none"> Εύρεση του μέτρου της συνισταμένης δύο δυνάμεων από τα μέτρα των συνιστωσών και της μεταξύ τους γωνίας.
		Γ.Τ.11.2. Αποδεικνύουν τον τύπο $E = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ για το εμβαδόν τριγώνου και τον νόμο των ημιτόνων.	
		Γ.Τ.11.3. Χρησιμοποιούν τους νόμους συνημιτόνων και ημιτόνων για επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων Φυσικής και Μαθηματικών, μεταξύ των οποίων και επίλυσης τριγώνων.	
ΜΕΤΡΗΣΗ	Μήκος, μέτρο γωνιών.	<p>Μ.Μ.11.1. Προσεγγίζουν το μήκος κύκλου με τις περιμέτρους των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων σε αυτόν κανονικών πολυγώνων.</p> <p>Μ.Μ.11.2. Υπολογίζουν το μήκος τόξου μ μοιρών σε σχέση με την ακτίνα του κύκλου του.</p> <p>Μ.Μ.11.3. Υπολογίζουν στοιχεία (μήκη και γωνίες) στα γνωστά τους στερεά και τα χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Υπολογισμός περιμέτρων μεικτόγραμμων σχημάτων.
	Εμβαδόν.	Μ.Ε.11.1. Εξηγούν τη διαδικασία του διαμερισμού και ανασύνθεσης σχήματος για την	<ul style="list-style-type: none"> Έργα ανοικτού τύπου και πολλαπλών επιλύσεων για τη δημιουργία ισοδύναμων επίπεδων σχημάτων.

ΜΕΤΡΗΣΗ		<p>εύρεση ισοδύναμου με αυτό σχήματος.</p> <p>M.E.11.2. Έχοντας γνωστό το εμβαδόν τετραγώνου, αποδεικνύουν τους τύπους υπολογισμού των εμβαδών ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου και τραπεζίου.</p> <p>M.E.11.3. Αποδεικνύουν τη σχέση μεταξύ του λόγου των εμβαδών δύο όμοιων τριγώνων και του λόγου ομοιότητάς τους και τη γενικεύουν για όμοια πολύγωνα.</p> <p>M.E.11.4. Προσεγγίζουν το εμβαδόν κυκλικού δίσκου με τα εμβαδά των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων σε αυτόν κανονικών πολυγώνων.</p> <p>M.E.11.5. Υπολογίζουν το εμβαδόν κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε τόξο μ μοιρών σε σχέση με την ακτίνα του κύκλου του.</p> <p>M.E.11.6. Υπολογίζουν εμβαδά μεικτόγραμμων χωρίων.</p> <p>M.E.11.7. Υπολογίζουν εμβαδά επιφανειών ορθών πρισμάτων και ορθών πυραμίδων.</p> <p>M.E.11.8. Μοντελοποιούν και επιλύουν ρεαλιστικά προβλήματα που συνδέονται με εμβαδά επιφανειών πολυέδρων και στερεών εκ περιστροφής (κύλινδρος, κώνος, σφαίρα).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Μελέτη αποδείξεων του Πυθαγόρειου Θεωρήματος μέσω εμβαδών. • Επίλυση ρεαλιστικών προβλημάτων που απαιτούν τον υπολογισμό εμβαδών μεικτόγραμμων χωρίων.
---------	--	--	---

ΜΕΤΡΗΣΗ	Όγκος.	Μ.Ο.11.1. Εξηγούν τη διαδικασία του διαμερισμού και ανασύνθεσης στερεών για την εύρεση στερεού με ίδιο όγκο.	<ul style="list-style-type: none"> • Επίλυση ρεαλιστικών προβλημάτων ανοικτού τύπου που επιδέχονται πολλαπλές λύσεις και συνδέονται με τη δημιουργία στερεών με ίσους όγκους αξιοποιώντας είτε ψηφιακά εργαλεία τρισδιάστατης δυναμικής Γεωμετρίας είτε φυσικά μοντέλα στερεών. • Αναγνώριση ιδιοτήτων επίπεδων σχημάτων που διατηρούνται, κατ' αναλογία, στα στερεά.
		Μ.Ο.11.2. Έχοντας γνωστό τον όγκο κύβου αποδεικνύουν τους τύπους υπολογισμού των όγκων παραλληλεπίπεδων και των άλλων ορθών πρισμάτων.	
		Μ.Ο.11.3. Συνδέουν την ορθή τριγωνική πυραμίδα με το αντίστοιχο ορθό τριγωνικό πρίσμα και μελετούν τη σχέση των όγκων τους. Γενικεύουν για όλες τις ορθές πυραμίδες.	
		Μ.Ο.11.4. Μοντελοποιούν και επιλύουν ρεαλιστικά προβλήματα που συνδέονται με όγκους πολυέδρων και στερεών εκ περιστροφής (κύλινδρος, κώνος, σφαίρα).	

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ			
Θεματικό Πεδίο	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
		Οι μαθητές/-τριες:	
ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Διανύσματα.	ΑΓ.Δ.11.Π.1. Διακρίνουν μονόμετρα και διανυσματικά μεγέθη και ορίζουν την έννοια του διανύσματος.	<ul style="list-style-type: none"> Εύρεση στοιχείων διανυσμάτων με χρήση των συντεταγμένων τους. Αξιοποίηση του ορισμού και των ιδιοτήτων των πράξεων των διανυσμάτων στην εύρεση της συνισταμένης δύο ή περισσότερων δυνάμεων. Προσδιορισμός της συνιστώσας μιας δύναμης που παράγει έργο.
		ΑΓ.Δ.11.Π.2. Ορίζουν τη γωνία δύο διανυσμάτων.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.3. Ορίζουν το άθροισμα δύο διανυσμάτων και επεκτείνουν τον ορισμό στο άθροισμα περισσότερων διανυσμάτων.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.4. Ορίζουν την αφαίρεση δύο διανυσμάτων.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.5. Διερευνούν τη σχέση του μέτρου του αθροίσματος και της διαφοράς δύο διανυσμάτων με τα μέτρα των διανυσμάτων αυτών.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.6. Αναγνωρίζουν τις ιδιότητες της πρόσθεσης και της αφαίρεσης διανυσμάτων και τις αξιοποιούν στην επίλυση προβλημάτων Μαθηματικών και Φυσικής.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.7. Ορίζουν το γινόμενο αριθμού με διάνυσμα και το αξιοποιούν για να αποδείξουν ότι διανύσματα είναι συγγραμμικά ή ότι τρία σημεία είναι συνευθειακά.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.8. Ορίζουν	

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		τις συντεταγμένες διανύσματος στο καρτεσιανό επίπεδο και τις συνδυάζουν με το μέτρο του και τον συντελεστή διεύθυνσής του δίνοντας και συνθήκες παραλληλίας για δύο διανύσματα.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.9. Προσδιορίζουν τις συντεταγμένες διανύσματος που προκύπτει από πράξεις με γνωστά διανύσματα.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.10. Ορίζουν το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων, το εκφράζουν σε σχέση με τις συντεταγμένες τους και χρησιμοποιούν τα προηγούμενα στον προσδιορισμό της γωνίας δύο διανυσμάτων.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.11. Αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητες του εσωτερικού γινομένου διανυσμάτων.	
	Ευθεία.	ΑΓ.Ε.11.Π.1. Διερευνούν τον συντελεστή διεύθυνσης ευθείας, διατυπώνουν την εξίσωσή της και αναγνωρίζουν αν μια εξίσωση είναι εξίσωση ευθείας.	<ul style="list-style-type: none"> • Εύρεση εξίσωσης ευθείας με χρήση χαρακτηριστικών στοιχείων της. • Δραστηριότητες διερεύνησης εξίσωσης ευθείας, μέσω μεταβολής των παραμέτρων της σε περιβάλλον δυναμικής Γεωμετρίας. • Εισαγωγή κατάλληλου συστήματος συντεταγμένων για την επίλυση γεωμετρικού προβλήματος με αναλυτικές μεθόδους.
	Κύκλος.	ΑΓ.Ε.11.Π.2. Αποδεικνύουν κριτήρια παραλληλίας και καθετότητας ευθειών και διερευνούν τις σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο καρτεσιανό επίπεδο.	
		ΑΓ.Κ.11.Π.1. Αποδεικνύουν την	<ul style="list-style-type: none"> • Αλγεβρική διερεύνηση των

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		εξίσωση κύκλου μέσω του ορισμού του ως γεωμετρικού τόπου.	σχετικών θέσεων ευθείας και κύκλου.
		ΑΓ.Κ.11.Π.2. Αποδεικνύουν την εξίσωση εφαπτομένης κύκλου σε σημείο.	
ΑΡΙΘΜΟΙ	Φυσικοί αριθμοί.	Αρ.Φ.11.Π.1. Εφαρμόζουν την αρχή της μαθηματικής επαγωγής στην απόδειξη σχέσεων και στην επίλυση προβλημάτων	<ul style="list-style-type: none"> Εισαγωγή της αρχής της μαθηματικής επαγωγής με το παράδειγμα του «ντόμινο». Έργα μέσα από τα οποία γίνεται διατύπωση εικασιών με απλό επαγωγικό συλλογισμό και επαλήθευση μέσω της μαθηματικής επαγωγής. Επίσης τονίζεται ότι η μαθηματική επαγωγή είναι αποδεικτική μέθοδος και ότι ο επαγωγικός συλλογισμός δεν οδηγεί σε μαθηματική απόδειξη αλλά σε εικασία.
ΑΛΓΕΒΡΑ	Πίνακες.	Αλ.Π.11.Π.1. Χρησιμοποιούν πίνακες για να αναπαραστήσουν και να επεξεργαστούν δεδομένα.	<ul style="list-style-type: none"> Έργα μέσα από τα οποία γίνεται αναπαράσταση δεδομένων μέσω πινάκων, για παράδειγμα καταγραφή οικονομικών στοιχείων (επιχειρήσεις/πελάτες και παραγγελίες), παρουσίαση δεδομένων από αθλητικές διοργανώσεις κ.λπ. Έργα μέσα από τα οποία επιλύονται προβλήματα μέσω πράξεων πινάκων, όπως σε διαφορετικά ποσά να εφαρμοστεί έκπτωση ή αύξηση τιμών, να υπολογιστούν τελικές τιμές μετά την πρόσθεση ΦΠΑ κ.λπ. Εισαγωγή του πολλαπλασιασμού πινάκων μέσω του εσωτερικού γινομένου του αντίστοιχου διανύσματος-γραμμής του πρώτου πίνακα με το διάνυσμα-στήλη του δεύτερου πίνακα.
		Αλ.Π.11.Π.2. Ορίζουν το γινόμενο αριθμού με πίνακα, καθώς και το άθροισμα και γινόμενο πινάκων	
		Αλ.Π.11.Π.3. Ορίζουν τον μηδενικό πίνακα, καθώς και τον μοναδιαίο και τον αντίστροφο τετραγωνικού πίνακα.	
		Αλ.Π.11.Π.4. Εφαρμόζουν την προσεταιριστική και την επιμεριστική ιδιότητα στο γινόμενο πινάκων και αποδεικνύουν ότι δεν ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα.	
	Συναρτήσεις.	Αλ.Σρ.11.Π.1. Εντοπίζουν τα	<ul style="list-style-type: none"> Άντληση πληροφοριών

ΑΛΓΕΒΡΑ	<p>χαρακτηριστικά μιας συνάρτησης (πεδίο ορισμού, σύνολο τιμών, ολικά ακρότατα, διαστήματα μονοτονίας) από τη γραφική της παράσταση.</p>	<p>σχετικών με το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών, τα ολικά ακρότατα και τα διαστήματα μονοτονίας μιας συνάρτησης από τη γραφική της παράσταση.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Έργα μέσα από τα οποία οι λύσεις της εξίσωσης $f(x)=g(x)$ και/ή των ανισώσεων $f(x)>g(x)$ και $f(x)<g(x)$, προσδιορίζονται μέσω των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g. • Έργα μέσα από τα οποία εξετάζεται αν μία συνάρτηση είναι 1–1 αλγεβρικά, είτε με τον ορισμό (ή την ισοδύναμη έκφραση του ορισμού της 1–1 συνάρτησης) ή μέσω της μονοτονίας της συνάρτησης ή/και μέσω της γραφικής της παράστασης. • Προσδιορισμός του τύπου και του πεδίου ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης (αν υπάρχει) για δεδομένη συνάρτηση $f(x)$, μέσω της ισοδυναμίας $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$. • Προσδιορισμός της γραφικής παράστασης και του πεδίου ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης (αν υπάρχει) για δεδομένη συνάρτηση $f(x)$, μέσω της συμμετρικής καμπύλης της C_f ως προς την $y = x$. • Προβλήματα στα οποία αξιοποιείται η αντίστροφη συνάρτηση, για παράδειγμα προβλήματα κωδικοποίησης (π.χ. κώδικας ASCII). • Έργα μέσα από τα οποία γίνεται αναγνώριση μοντέλων πληθυσμών που αυξάνουν ή αποσβένουν
	<p>Αλ.Σρ.11.Π.2. Εξετάζουν αν δύο συναρτήσεις είναι ίσες.</p>	
	<p>Αλ.Σρ.11.Π.3. Προσδιορίζουν το πεδίο ορισμού και τον τύπο συναρτήσεων που προκύπτουν από πράξεις συναρτήσεων.</p>	
	<p>Αλ.Σρ.11.Π.4. Προσδιορίζουν τον τύπο και το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης που προκύπτει από σύνθεση συναρτήσεων.</p>	
	<p>Αλ.Σρ.11.Π.5. Εξετάζουν αλγεβρικά αν μια συνάρτηση είναι 1-1 και ερμηνεύουν το αποτέλεσμα γεωμετρικά.</p>	
	<p>Αλ.Σρ.11.Π.6. Προσδιορίζουν τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης (αν υπάρχει) για δεδομένη συνάρτηση.</p>	
	<p>Αλ.Σρ.11.Π.7. Χρησιμοποιούν την αντίστροφη συνάρτηση στην επίλυση προβλημάτων.</p>	
	<p>Αλ.Σρ.11.Π.8. Ορίζουν την εκθετική συνάρτηση μέσω μοντελοποίησης.</p>	
	<p>Αλ.Σρ.11.Π.9. Διερευνούν τη μονοτονία της</p>	

ΑΛΓΕΒΡΑ		εκθετικής συνάρτησης.	εκθετικά, με αναφορά στον (σταθερό) χρόνο διπλασιασμού ή υποδιπλασιασμού τους και σύνδεση της εκθετικής μεταβολής μιας ποσότητας με την αντίστοιχη εκθετική συνάρτηση.
		Αλ.Σρ.11.Π.10. Συνδέουν διαφορετικές αναπαραστάσεις της εκθετικής συνάρτησης (πίνακας τιμών, γραφική παράσταση, τύπος).	
		Αλ.Σρ.11.Π.11. Συγκρίνουν την εκθετική, την τετραγωνική και τη γραμμική μεταβολή και διακρίνουν τις διαφορές τους.	<ul style="list-style-type: none"> Έργα μέσα από τα οποία γίνεται κατά προσέγγιση γραφική αναπαράσταση ποσοτήτων οι οποίες αυξάνουν ή αποσβένουν εκθετικά και πρόβλεψη της εξέλιξής τους στον χρόνο.
		Αλ.Σρ.11.Π.12. Αξιοποιούν την εκθετική συνάρτηση στην επίλυση προβλημάτων και στη μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων.	<ul style="list-style-type: none"> Συσχέτιση της βάσης της εκθετικής συνάρτησης με την εκθετική αύξηση ή απόσβεση.
		Αλ.Σρ.11.Π.13. Ορίζουν τη λογαριθμική συνάρτηση ως αντίστροφη της εκθετικής.	<ul style="list-style-type: none"> Έργα μέσα από τα οποία η εισαγωγή της λογαριθμικής συνάρτησης $f(x) = \log_a x$, $a > 0$ και $a \neq 1$, $x > 0$ γίνεται μέσω της αντιστοίχισης της γεωμετρικής προόδου $1, a, a^2, a^3, \dots$ με την αριθμητική πρόοδο των αντίστοιχων εκθετών και δίνεται έμφαση στην ισοδυναμία των εξισώσεων $a^x = y$ και $\log_a y = x$. Επίσης επισημαίνεται (και ιστορικά) η σημασία των λογαρίθμων στην απλοποίηση των υπολογισμών.
		Αλ.Σρ.11.Π.14. Διερευνούν τη μονοτονία της λογαριθμικής συνάρτησης.	
		Αλ.Σρ.11.Π.15. Συνδέουν διαφορετικές αναπαραστάσεις της λογαριθμικής συνάρτησης (πίνακας τιμών, γραφική παράσταση, τύπος).	<ul style="list-style-type: none"> Μελέτη πραγματικών φαινομένων, όπως κλίμακα Richter, pH κ.λπ. μέσω λογαρίθμων.
		Αλ.Σρ.11.Π.16. Αξιοποιούν τη λογαριθμική συνάρτηση στην επίλυση προβλημάτων και στη μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων.	
	Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.11.Π.1. Αναπαριστούν ένα γραμμικό σύστημα	<ul style="list-style-type: none"> Έργα μέσα από τα οποία γίνεται μοντελοποίηση

ΑΛΓΕΒΡΑ		<p>2x2 μέσω πινάκων.</p> <p>Αλ.Σχ.11.Π.2. Επιλύουν και διερευνούν γραμμικά συστήματα 2x2 με τη μέθοδο των οριζουσών και συσχετίζουν τις λύσεις με τις σχετικές θέσεις των ευθειών στο επίπεδο.</p> <p>Αλ.Σχ.11.Π.3. Επιλύουν εκθετικές εξισώσεις και ανισώσεις.</p> <p>Αλ.Σχ.11.Π.4. Αποδεικνύουν τις ιδιότητες του λογαρίθμου.</p> <p>Αλ.Σχ.11.Π.5. Επιλύουν λογαριθμικές εξισώσεις και ανισώσεις.</p>	<p>φαινομένων ή προβλημάτων μέσω γραμμικών συστημάτων και επίλυσή τους μέσω του επαυξημένου ή του αντίστροφου πίνακα.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Προβλήματα στα οποία αξιοποιείται ο αντίστροφος τετραγωνικού πίνακα, για παράδειγμα κωδικοποίηση μηνύματος μέσω της αντιστοίχισης των γραμμάτων του αλφαβήτου σε αριθμητικές τιμές (π.χ. κώδικας ASCII). • Επίλυση των εκθετικών και λογαριθμικών εξισώσεων μέσω της 1-1 ιδιότητας των αντίστοιχων εκθετικών και λογαριθμικών συναρτήσεων. • Επίλυση των εκθετικών και λογαριθμικών ανισώσεων μέσω της μονοτονίας των αντίστοιχων εκθετικών και λογαριθμικών συναρτήσεων.
ΑΝΑΛΥΣΗ	Σύγκλιση.	<p>Αν.Σ.11.Π.1. Διερευνούν μέσω προβλημάτων μοντελοποίησης την αναγκαιότητα εισαγωγής των άπειρων διαδικασιών και της σύγκλισης ακολουθίας.</p> <p>Αν.Σ.11.Π.2. Διερευνούν αριθμητικά και γραφικά τη σύγκλιση και τη μη σύγκλιση ακολουθιών της μορφής: α) $\alpha_n = 1/n$, β) $\alpha_n = a^n$ με $a < 1$ και γ) $\alpha_n = (-1)^n$.</p> <p>Αν.Σ.11.Π.3. Συμπεραίνουν εμπειρικά ότι μια ακολουθία μονότονη και φραγμένη συγκλίνει.</p> <p>Αν.Σ.11.Π.4. Μέσω προβλήματος</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Έργα μέσα από τα οποία αναγνωρίζεται η αναγκαιότητα των άπειρων διαδικασιών, μέσω προβλημάτων προσέγγισης άγνωστων ποσοτήτων με οσοδήποτε μεγάλη ακρίβεια, όπως π.χ. η προσέγγιση του εμβαδού κύκλου από τα εμβαδά των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων κανονικών πολυγώνων. • Αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων στη διερεύνηση της σύγκλισης ή της μη σύγκλισης ακολουθιών. • Έργα μέσα από τα οποία γίνεται διερεύνηση ως προς το αν μια ακολουθία είναι μονότονη και/ή φραγμένη αριθμητικά και/ή μέσω της γραφικής της παράστασης.

ΑΝΑΛΥΣΗ	μοντελοποίησης οδηγούνται στην ακολουθία $a_n = (1+1/n)^n$, συμπεραίνουν διαισθητικά ότι συγκλίνει και συμβολίζουν το όριό της με e .	<ul style="list-style-type: none"> Εισαγωγή του αριθμού e, μέσω κατάλληλου προβλήματος, για παράδειγμα ανατοκισμού.
	Αν.Σ.11.Π.5 Προσδιορίζουν αθροίσματα άπειρων όρων γεωμετρικών προόδων με λόγο λ , όπου $ \lambda < 1$.	
	Αν.Σ.11.Π.6. Εφαρμόζουν τη μέθοδο του Ήρωνα για να προσεγγίσουν την τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού.	

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ			
Θεματικά Πεδία	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
		Οι μαθητές/-τριες:	
ΑΡΙΘΜΟΙ	Άρρητοι και Πραγματικοί αριθμοί.	Αρ.Π.12.1. Ορίζουν τον δεκαδικό λογάριθμο $\log a$, $a > 0$, ως τον εκθέτη θ που επαληθεύει τη σχέση $10^\theta = a$.	<ul style="list-style-type: none"> Εισαγωγή των δεκαδικών λογαρίθμων μέσω της αντιστοίχισης της γεωμετρικής πρόοδου 1, 10, 10^2, 10^3, ... με την αριθμητική πρόοδο των αντίστοιχων εκθετών και επισήμανση της σημασίας των λογαρίθμων στην απλοποίηση των υπολογισμών. Εισαγωγή των φυσικών λογαρίθμων $\ln a$, $a > 0$, μέσω της επίλυσης εκθετικών εξισώσεων της μορφής $e^x = a$ (με $a > 0$ και $e \approx 2,718$) με τη βοήθεια υπολογιστικής μηχανής.
		Αρ.Π.12.2. Μέσω προβλημάτων μοντελοποίησης ορίζουν τον αριθμό e .	
		Αρ.Π.12.3. Ορίζουν τον φυσικό λογάριθμο $\ln a$, $a > 0$, ως τη λύση της εξίσωσης $e^x = a$.	
ΑΛΓΕΒΡΑ	Συναρτήσεις.	Αλ.Σρ.12.1. Ορίζουν την εκθετική συνάρτηση μέσα από προβλήματα μοντελοποίησης.	<ul style="list-style-type: none"> Έργα μέσα από τα οποία γίνεται αναγνώριση μοντέλων πληθυσμών που αυξάνουν ή αποσβένουν εκθετικά, με αναφορά στον (σταθερό) χρόνο διπλασιασμού ή υποδιπλασιασμού τους και σύνδεση της εκθετικής μεταβολής μιας ποσότητας με την αντίστοιχη εκθετική συνάρτηση. Έργα μέσα από τα οποία γίνεται κατά προσέγγιση γραφική αναπαράσταση ποσοτήτων, οι οποίες αυξάνουν ή αποσβένουν εκθετικά και πρόβλεψη της εξέλιξής τους στον χρόνο. Συσχέτιση της βάσης της εκθετικής συνάρτησης με την εκθετική αύξηση ή απόσβεση. Μελέτη πραγματικών φαινομένων, όπως κλίμακα
		Αλ.Σρ.12.2. Αξιοποιούν την εκθετική συνάρτηση στην επίλυση προβλημάτων και στη μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων.	
		Αλ.Σρ.12.3. Γνωρίζουν και ερμηνεύουν γεωμετρικά τις ιδιότητες της εκθετικής συνάρτησης.	
		Αλ.Σρ.12.4 Συγκρίνουν την εκθετική, την τετραγωνική και τη γραμμική μεταβολή και διακρίνουν τις διαφορές τους.	
		Αλ.Σρ.12.5. Χρησιμοποιούν τους	

ΑΛΓΕΒΡΑ		λογαρίθμους στη μελέτη πραγματικών φαινομένων.	Richter, pH κ.λπ., μέσω λογαρίθμων.
	Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.12.1. Επιλύουν εκθετικές εξισώσεις της μορφής $e^x = a$, $a > 0$, με τη βοήθεια υπολογιστικής μηχανής.	<ul style="list-style-type: none"> Εκτίμηση της τιμής των φυσικών λογαρίθμων $\ln a$, $a > 0$ και έλεγχος μέσω της επίλυσης εκθετικών εξισώσεων της μορφής $e^x = a$ (με $a > 0$ και $e \approx 2,718$) με τη βοήθεια υπολογιστικής μηχανής.
ΑΝΑΛΥΣΗ	Διαφόριση.	Αν.Δ.12.1. Χρησιμοποιούν τον λόγο μεταβολής για να ορίσουν τη μέση και τη στιγμιαία ταχύτητα σε συγκεκριμένα προβλήματα και να προσεγγίσουν διαισθητικά την έννοια της παραγώγου.	<ul style="list-style-type: none"> Εισαγωγή του ρυθμού μεταβολής, μέσω του υπολογισμού του λόγου μεταβολής της μετατόπισης ενός κινητού προς τον χρόνο. Έργα μέσα από τα οποία γίνεται η σύνδεση μεταξύ του λόγου μεταβολής $\Delta y / \Delta x$ μιας καμπύλης και της κλίσης του αντίστοιχου ευθύγραμμου τμήματος και μεταξύ του (στιγμιαίου) ρυθμού μεταβολής μιας καμπύλης σε ένα σημείο και της κλίσης της εφαπτομένης στο σημείο αυτό. Προτείνεται να αξιοποιηθούν οι καμπύλες $y = ax + b$ και $y = ax^2 + bx + c$. Εισαγωγή της συνάρτησης-παραγώγου μίας συνάρτησης $f(x)$ με τη βοήθεια ψηφιακών εργαλείων, για παράδειγμα πίνακα τιμών της παραγώγου μίας πολυωνυμικής συνάρτησης ή μέσω της κατασκευής της εφαπτομένης στη γραφική της παράσταση και μέτρησης της κλίσης της. Έργα μέσα από τα οποία γίνεται επιλογή, ερμηνεία και περιγραφή εφαρμογών του ρυθμού μεταβολής στον πραγματικό κόσμο και αναγνώριση διαφορετικών τρόπων αναπαράστασης του ρυθμού μεταβολής (λεκτικά, αριθμητικά,
		Αν.Δ.12.2. Συνδέουν την έννοια της παραγώγου με την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης.	
		Αν.Δ.12.3. Χρησιμοποιούν τους κανόνες παραγωγίσιμης αθροίσματος και γινομένου στην εύρεση παραγώγων.	
		Αν.Δ.12.4. Αναγνωρίζουν ότι η παράγωγος εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής ενός μεγέθους ως προς ένα άλλο.	
		Αν.Δ.12.5. Αξιοποιούν τον ρυθμό μεταβολής στη μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων και στην επίλυση προβλημάτων.	

ΑΝΑΛΥΣΗ			<p>γραφικά, αλγεβρικά).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Άντληση πληροφοριών από τη γραφική παράσταση ή μέσω αριθμητικών υπολογισμών από τον τύπο για τα διαστήματα στα οποία ο ρυθμός μεταβολής μιας συνάρτησης είναι θετικός, αρνητικός ή μηδενικός, μέσω και της αξιοποίησης ψηφιακών εργαλείων
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	<p>Σ.Δ.12.1. Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p> <p>Σ.Δ.12.2. Με βάση το ερευνητικό ερώτημα που διαθέτουν, χαρακτηρίζουν ένα ποσοτικό χαρακτηριστικό ως μεταβλητή απόκρισης και το άλλο ως επεξηγηματική μεταβλητή.</p> <p>Σ.Δ.12.3. Κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Συλλογή ποσοτικών δεδομένων για την επίλυση αυθεντικών στατιστικών προβλημάτων. • Κατασκευή του διαγράμματος διασποράς των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού εμπειρικά αλλά και με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων. <p>Παράδειγμα: Ποιες είναι οι επιδόσεις των εφήβων στο αγώνισμα του μήκους και στο τριπλούν;</p>
	Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών.	<p>Σ.Ε.12.1. Με τη βοήθεια του διαγράμματος διασποράς διερευνούν την ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού και διακρίνουν τη θετική από την αρνητική γραμμική συσχέτιση.</p> <p>Σ.Ε.12.2. Με τη βοήθεια της τιμής του συντελεστή</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Διερεύνηση της ύπαρξης γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού μέσω του διαγράμματος διασποράς. • Διερεύνηση του είδους της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού μέσω του υπολογισμού της τιμής του συντελεστή γραμμικής

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	<p>γραμμικής συσχέτισης του Pearson σχολιάζουν την ύπαρξη και το είδος της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p>	<p>συσχέτισης του Pearson.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Χάραξη της ευθείας παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο, με εποπτικό τρόπο. • Εκτίμηση και ερμηνεία των τιμών των συντελεστών της ευθείας παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο στο πλαίσιο του ερευνητικού ερωτήματος. • Πρόβλεψη των τιμών της μεταβλητής απόκρισης για δοσμένες τιμές της εξηγηματικής μεταβλητής μέσω του απλού γραμμικού μοντέλου.
	<p>Σ.Ε.12.3. Ανακαλύπτουν και εξηγούν με παραδείγματα ότι δύο ποσοτικά χαρακτηριστικά δε διέπονται απαραίτητα από μια σχέση αιτίας-αιτιατού.</p>	<p>Παράδειγμα: Οι ηλικίες των 8 ανδρόγυνων που παντρεύτηκαν τον τελευταίο μήνα σε ένα χωριό δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Οι μαθητές/-τριες κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς και περιγράφουν το είδος της σχέσης που φαίνεται να έχουν οι δύο μεταβλητές. Υπολογίζουν και ερμηνεύουν τον συντελεστή γραμμικής συσχέτισης των δύο μεταβλητών και στη συνέχεια χαράσσουν εποπτικά την ευθεία παλινδρόμησης.</p>
	<p>Σ.Ε.12.4. Χαράσσουν εποπτικά την ευθεία παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο και σχολιάζουν την προσαρμογή της.</p>	<p>Παράδειγμα: Χρησιμοποιούν το γραμμικό μοντέλο για να δώσουν μια εκτίμηση της ηλικίας της νύφης εάν η ηλικία του γαμπρού είναι 26 ή 36. Τέλος συζητούν στην ολομέλεια του τμήματος γιατί δεν είναι ορθό να χρησιμοποιηθεί το γραμμικό μοντέλο για να εκτιμήσουν την ηλικία της νύφης, εάν η ηλικία του</p>
	<p>Σ.Ε.12.5. Ερμηνεύουν τις τιμές των συντελεστών της ευθείας παλινδρόμησης στο πλαίσιο του ερευνητικού ερωτήματος.</p>	
	<p>Σ.Ε.12.6. Εξοικειώνονται με την έννοια της πρόβλεψης της τιμής της μεταβλητής απόκρισης για δοσμένη τιμή της εξηγηματικής μεταβλητής, με βάση το απλό γραμμικό μοντέλο, και αναγνωρίζουν τυχόν περιορισμούς.</p>	

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ			<p>γαμπρού είναι 42.</p> <table border="1" data-bbox="1043 259 1305 600"> <thead> <tr> <th>Ηλικία γαμπρού</th> <th>Ηλικία νύφης</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>20</td><td>20</td></tr> <tr><td>22</td><td>20</td></tr> <tr><td>24</td><td>22</td></tr> <tr><td>25</td><td>27</td></tr> <tr><td>28</td><td>24</td></tr> <tr><td>30</td><td>25</td></tr> <tr><td>33</td><td>28</td></tr> <tr><td>38</td><td>34</td></tr> </tbody> </table>	Ηλικία γαμπρού	Ηλικία νύφης	20	20	22	20	24	22	25	27	28	24	30	25	33	28	38	34
Ηλικία γαμπρού	Ηλικία νύφης																				
20	20																				
22	20																				
24	22																				
25	27																				
28	24																				
30	25																				
33	28																				
38	34																				
ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	Συσχέτιση.	<p>Π.Σ.12.1. Χρησιμοποιούν τον πολλαπλασιαστικό κανόνα για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p> <p>Π.Σ.12.2. Αξιοποιούν τη δεσμευμένη πιθανότητα για να ορίσουν την ανεξαρτησία δύο ενδεχομένων.</p> <p>Π.Σ.12.3. Εφαρμόζουν το Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p> <p>Π.Σ.12.4. Εφαρμόζουν το Θεώρημα του Bayes στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, χρησιμοποιώντας τον πολλαπλασιαστικό κανόνα. • Επίλυση πραγματικών προβλημάτων με ανεξάρτητα ενδεχόμενα. • Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, εφαρμόζοντας το Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας. • Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, εφαρμόζοντας το Θεώρημα του Bayes. <p>Παράδειγμα: Στο αεροδρόμιο «ΜΑΚΕΔΟΝΙΑ» της Θεσσαλονίκης φτάνουν καθημερινά πτήσεις από την Ευρώπη και την Αμερική σε ποσοστά 60% και 40% αντίστοιχα. Το 10% των πτήσεων από Ευρώπη και το 5% των πτήσεων από Αμερική φτάνουν με καθυστέρηση. Αν μια μέρα επιλέξουμε τυχαία μία από τις πτήσεις που φτάνουν στο αεροδρόμιο, να υπολογίσετε:</p> <ul style="list-style-type: none"> – την πιθανότητα η πτήση να έχει φτάσει με καθυστέρηση, – την πιθανότητα να προέρχεται από ευρωπαϊκή χώρα αν έχει φτάσει με καθυστέρηση. 																		

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ			<p>Παράδειγμα: Από τους 50 ασθενείς που εισήχθησαν στο νοσοκομείο με σοβαρή αλλεργία, 10 που επιλέχθηκαν τυχαία πήραν ένα καινούριο φάρμακο, ενώ οι άλλοι 40 το παλιό φάρμακο κατά της αλλεργίας. Είναι γνωστό ότι η πιθανότητα να θεραπευτεί κάποιος με το παλιό φάρμακο είναι 0,6, ενώ με το καινούριο είναι 0,9. Ύστερα από μερικές μέρες ένας/μία από τους/τις ασθενείς επιστρέφει στην κλινική για να ευχαριστήσει τους γιατρούς για τη θεραπεία του/της. Να βρείτε την πιθανότητα ο/η ασθενής να έχει θεραπευτεί με το καινούριο φάρμακο.</p>
-------------	--	--	---

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ			
Θεματικό Πεδίο	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
		Οι μαθητές/-τριες:	
ΑΝΑΛΥΣΗ	Σύγκλιση.	Αν.Σ.12.Π.1. Μέσω προβλημάτων μοντελοποίησης αναπτύσσουν μια διαισθητική αντίληψη της έννοιας του πεπερασμένου και μη πεπερασμένου ορίου συνάρτησης.	<ul style="list-style-type: none"> Μαθηματικά έργα που οδηγούν μέσω μοντελοποίησης (π.χ. ταχύτητα) στη διαισθητική έννοια (γραφικά, αριθμητικά) του ορίου συνάρτησης. Άντληση πληροφοριών σχετικών με τη σύγκλιση και τη συνέχεια συναρτήσεων από τη γραφική τους παράσταση. Εύρεση των ασύμπτωτων ευθειών συνάρτησης αλγεβρικά με αντίστοιχη γραφική ερμηνεία μέσω της ψηφιακής τεχνολογίας. Αξιοποίηση του Θεωρήματος Bolzano και του Θεωρήματος Ενδιάμεσων Τιμών στη μελέτη χαρακτηριστικών της συνάρτησης (π.χ. πρόσημο, ύπαρξη ριζών, σύνολο τιμών συνάρτησης).
		Αν.Σ.12.Π.2. Αναγνωρίζουν γραφικά τη σύγκλιση και τη μη σύγκλιση συναρτήσεων.	
		Αν.Σ.12.Π.3. Με χρήση των ιδιοτήτων σύγκλισης υπολογίζουν όρια συναρτήσεων και αιτιολογούν τις ενέργειές τους.	
		Αν.Σ.12.Π.4. Συνδέουν τη σύγκλιση με τοπικές ιδιότητες της συνάρτησης.	
		Αν.Σ.12.Π.5. Συνδέουν τη σύγκλιση με τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης συνάρτησης.	
		Αν.Σ.12.Π.6. Ελέγχουν, με τη βοήθεια του ορισμού ή/και των ιδιοτήτων, τη συνέχεια συναρτήσεων.	
		Αν.Σ.12.Π.7. Αναγνωρίζουν γραφικά τη συνέχεια και την ασυνέχεια συναρτήσεων.	
		Αν.Σ.12.Π.8. Διατυπώνουν το Θεώρημα Bolzano, αποδεικνύουν το Θεώρημα Ενδιάμεσων Τιμών και τα ερμηνεύουν	

ΑΝΑΛΥΣΗ		γεωμετρικά. Αν.Σ.12.Π.9. Χρησιμοποιούν το Θεώρημα Bolzano για να υπολογίζουν προσεγγιστικά μια ρίζα εξίσωσης με τη μέθοδο της διαδοχικής διχοτόμησης.	
	Διαφόριση.	Αν.Δ.12.Π.1. Μέσω προβλημάτων μοντελοποίησης διαμορφώνουν την έννοια της παραγώγου σε σημείο του πεδίου ορισμού της.	<ul style="list-style-type: none"> • Άντληση πληροφοριών σχετικών με την παραγωγισιμότητα συναρτήσεων από τη γραφική τους παράσταση. • Εφαρμογή προσεγγιστικών μεθόδων για τον υπολογισμό ριζών εξισώσεων. • Εύρεση της συνάρτησης της παραγώγου μέσω του ορισμού της παραγώγου σε σημείο του πεδίου ορισμού της ή μέσω μέτρησης της κλίσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης με χρήση ψηφιακής τεχνολογίας. • Χρήση της μονοτονίας και της κυρτότητας συναρτήσεων στην επίλυση εξισώσεων, ανισώσεων και προβλημάτων βελτιστοποίησης σε πραγματικά φαινόμενα και καταστάσεις. • Επίλυση προβλημάτων μοντελοποίησης που συνδέουν τα Μαθηματικά με άλλες επιστήμες.
		Αν.Δ.12.Π.2. Συνδέουν την έννοια της παραγώγου με την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης.	
		Αν.Δ.12.Π.3. Εφαρμόζουν τη μέθοδο των Newton-Raphson για τον προσεγγιστικό υπολογισμό ριζών εξισώσεων.	
		Αν.Δ.12.Π.4. Αναγνωρίζουν την ύπαρξη ή μη της παραγώγου μιας συνάρτησης σε ένα σημείο από τη γραφική της παράσταση.	
		Αν.Δ.12.Π.5. Συνδέουν την παραγωγισιμότητα με τη συνέχεια μιας συνάρτησης και αποδεικνύουν τα αντίστοιχα συμπεράσματα.	
		Αν.Δ.12.Π.6. Διαμορφώνουν την έννοια της παραγώγου συνάρτησης και των παραγώγων ανώτερης τάξης.	
		Αν.Δ.12.Π.7.	

ΑΝΑΛΥΣΗ	Προσδιορίζουν την παράγωγο βασικών συναρτήσεων με χρήση του ορισμού της παραγώγου.
	Αν.Δ.12.Π.8. Εφαρμόζουν τους κανόνες παραγωγισής στην εύρεση των παραγώγων συναρτήσεων.
	Αν.Δ.12.Π.9. Μέσω μοντελοποίησης φαινομένων και πραγματικών καταστάσεων αναγνωρίζουν την έννοια της παραγώγου ως ρυθμό μεταβολής.
	Αν.Δ.12.Π.10. Επιλύουν προβλήματα μοντελοποίησης με χρήση του ρυθμού μεταβολής.
	Αν.Δ.12.Π.11. Συνδέουν το πρόσημο της παραγώγου με ιδιότητες της συνάρτησης (μονοτονία, σταθερή συνάρτηση, τοπικά ακρότατα) και αποδεικνύουν τις σχετικές προτάσεις.
	Αν.Δ.12.Π.12. Αναπαριστούν με τη βοήθεια συναρτήσεων πραγματικές καταστάσεις και επιλύουν σχετικά προβλήματα αξιοποιώντας τις ιδιότητες των συναρτήσεων.
	Αν.Δ.12.Π.13. Συνδέουν τις ιδιότητες της 1ης και 2ης παραγώγου συνάρτησης με την κυρτότητα της συνάρτησης και τα σημεία καμπής.
	Αν.Δ.12.Π.14.

ΑΝΑΛΥΣΗ		Αναγνωρίζουν τη σχετική θέση της εφαπτομένης ως προς τη γραφική παράσταση συνάρτησης με βάση την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.	
		Αν.Δ.12.Π.15. Σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση συνάρτησης αξιοποιώντας τις ιδιότητές της.	
	Ολοκλήρωση.	Αν.Ο.12.Π.1. Εισάγουν την έννοια του ορισμένου ολοκληρώματος συνδέοντάς το με το εμβαδόν επίπεδου χωρίου.	<ul style="list-style-type: none"> • Αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας για τη σύνδεση του ορισμένου ολοκληρώματος με το εμβαδόν επίπεδου χωρίου. • Ερμηνεία των ιδιοτήτων του ολοκληρώματος μέσω της σύνδεσης του ορισμένου ολοκληρώματος με το εμβαδόν επίπεδου χωρίου, όπου είναι δυνατόν. • Μαθηματικά έργα που χρησιμοποιούν το Θεμελιώδες Θεώρημα του Απειροστικού Λογισμού μέσω μοντελοποίησης πραγματικών καταστάσεων και φαινομένων, π.χ. το $\int_a^x v(t)dt$ παριστάνει το διάστημα που διανύει ένα κινητό σώμα.
		Αν.Ο.12.Π.2. Μελετούν διαισθητικά τις ιδιότητες του ολοκληρώματος (γραμμικότητα, εναλλαγή ορίων ολοκλήρωσης, σχέση Chasles).	
		Αν.Ο.12.Π.3. Συνδέουν το πρόσημο συνάρτησης με το πρόσημο του ολοκληρώματος.	
		Αν.Ο.12.Π.4. Χρησιμοποιούν την παράγουσα συνάρτησης και το Θεμελιώδες Θεώρημα του Απειροστικού Λογισμού στον υπολογισμό ολοκληρωμάτων.	
		Αν.Ο.12.Π.5. Συνδέουν το ορισμένο ολοκλήρωμα με υπολογισμό όγκων στερεών εκ περιστροφής.	
		Αν.Ο.12.Π.6. Χρησιμοποιούν το ορισμένο ολοκλήρωμα για να λύνουν προβλήματα που προκύπτουν από	

ΑΝΑΛΥΣΗ		μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων.	
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	<p>Σ.Δ.12.Π.1. Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p> <p>Σ.Δ.12.Π.2. Με βάση το ερευνητικό ερώτημα που διαθέτουν, χαρακτηρίζουν ένα ποσοτικό χαρακτηριστικό ως μεταβλητή απόκρισης και το άλλο ως επεξηγηματική μεταβλητή.</p> <p>Σ.Δ.12.Π.3. Κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Συλλογή ποσοτικών δεδομένων για την επίλυση αυθεντικών στατιστικών προβλημάτων. • Κατασκευή του διαγράμματος διασποράς των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού εμπειρικά αλλά και με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων. <p>Παράδειγμα: Ποιες είναι οι επιδόσεις των εφήβων στο αγώνισμα του μήκους και στο τριπλούν;</p>
	Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας.	Σ.Μ.12.Π.1. Χρησιμοποιούν πιο σύντομες μορφές, με χρήση του συμβόλου του αθροίσματος, για να αναπαραστήσουν τη μέση τιμή και διασπορά των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού του πληθυσμού.	<ul style="list-style-type: none"> • Οι μαθητές/-τριες χρησιμοποιούν το σύμβολο \sum για λόγους συντομογραφίας. <p>Για παράδειγμα</p> $\sum_{i=1}^v t_i = t_1 + t_2 + \dots + t_v$ <p>και διαβάζεται «άθροισμα των t_i από $i = 1$ έως $i = v$».</p> <p>Ισχύουν οι ιδιότητες:</p> $\sum_{i=1}^v \lambda x_i = \lambda x_1 + \lambda x_2 + \dots + \lambda x_v, \lambda \in \mathbb{R}$ $\sum_{i=1}^v (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^v x_i + \sum_{i=1}^v y_i$
	Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών.	Σ.Ε.12.Π.1. Με τη βοήθεια του διαγράμματος διασποράς διερευνούν την	<ul style="list-style-type: none"> • Διερεύνηση της ύπαρξης γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	<p>ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού και διακρίνουν τη θετική από την αρνητική γραμμική συσχέτιση.</p>		<p>χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού μέσω του διαγράμματος διασποράς.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Διερεύνηση του είδους της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού μέσω του υπολογισμού της τιμής του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης του Pearson. 																		
	<p>Σ.Ε.12.Π.2. Με τη βοήθεια της τιμής του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης του Pearson σχολιάζουν την ύπαρξη και το είδος της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Χάραξη της ευθείας παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο, με εποπτικό τρόπο. 																		
	<p>Σ.Ε.12.Π.3. Ανακαλύπτουν και εξηγούν με παραδείγματα ότι δύο ποσοτικά χαρακτηριστικά δε διέπονται απαραίτητα από μια σχέση αιτίας-αιτιατού.</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Εκτίμηση και ερμηνεία των τιμών των συντελεστών της ευθείας παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο στο πλαίσιο του ερευνητικού ερωτήματος. 																		
	<p>Σ.Ε.12.Π.4. Προσδιορίζουν την ευθεία παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο, με χρήση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων και σχολιάζουν εποπτικά την προσαρμογή της.</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Πρόβλεψη των τιμών της μεταβλητής απόκρισης για δοσμένες τιμές της επεξηγηματικής μεταβλητής μέσω του απλού γραμμικού μοντέλου. <p>Παράδειγμα: Οι ηλικίες των 8 ανδρών που παντρεύτηκαν τον τελευταίο μήνα σε ένα χωριό δίνονται στον παρακάτω πίνακα.</p>																		
	<p>Σ.Ε.12.Π.5. Ερμηνεύουν τις τιμές των συντελεστών της ευθείας παλινδρόμησης στο πλαίσιο του ερευνητικού ερωτήματος.</p>		<table border="1" data-bbox="1043 1559 1334 1890"> <thead> <tr> <th>Ηλικία γαμπρού</th> <th>Ηλικία νύφης</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>20</td><td>20</td></tr> <tr><td>22</td><td>20</td></tr> <tr><td>24</td><td>22</td></tr> <tr><td>25</td><td>27</td></tr> <tr><td>28</td><td>24</td></tr> <tr><td>30</td><td>25</td></tr> <tr><td>33</td><td>28</td></tr> <tr><td>38</td><td>34</td></tr> </tbody> </table>	Ηλικία γαμπρού	Ηλικία νύφης	20	20	22	20	24	22	25	27	28	24	30	25	33	28	38	34
Ηλικία γαμπρού	Ηλικία νύφης																				
20	20																				
22	20																				
24	22																				
25	27																				
28	24																				
30	25																				
33	28																				
38	34																				
	<p>Σ.Ε.12.Π.6. Εξοικειώνονται με την έννοια της πρόβλεψης της τιμής της μεταβλητής απόκρισης για</p>		<p>Οι μαθητές/-τριες κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς και</p>																		

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		δοσμένη τιμή της εξηγηματικής μεταβλητής, με βάση το απλό γραμμικό μοντέλο, και αναγνωρίζουν τυχόν περιορισμούς.	περιγράφουν το είδος της σχέσης που φαίνεται να έχουν οι δύο μεταβλητές. Υπολογίζουν και ερμηνεύουν τον συντελεστή γραμμικής συσχέτισης των δύο μεταβλητών και στη συνέχεια κατασκευάζουν την ευθεία παλινδρόμησης υπολογίζοντας την εξίσωσή της. Χρησιμοποιούν την εξίσωση για να δώσουν μια εκτίμηση της ηλικίας της νέφης εάν η ηλικία του γαμπρού είναι 26 ή 36. Τέλος συζητούν στην ολομέλεια του τμήματος γιατί δεν είναι ορθό να χρησιμοποιηθεί το γραμμικό μοντέλο για να εκτιμήσουν την ηλικία της νέφης, εάν η ηλικία του γαμπρού είναι 42.
ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	Πειράματα τύχης και Πιθανότητες.	<p>Π.Π.12.Π.1. Αναγνωρίζουν μια δοκιμή Bernoulli.</p> <p>Π.Π.12.Π.2. Υπολογίζουν την πιθανότητα να έχουμε κ επιτυχίες σε μια σειρά από ν ανεξάρτητες δοκιμές Bernoulli.</p> <p>Π.Π.12.Π.3. Αναγνωρίζουν ότι η δεσμευμένη πιθανότητα ικανοποιεί τον αξιωματικό ορισμό πιθανότητας και επικαιροποιεί το αρχικό μοντέλο, αν γνωρίζουμε ότι συνέβη κάποιο ενδεχόμενο.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Επίλυση απλών πραγματικών προβλημάτων με ν ανεξάρτητες δοκιμές Bernoulli. <p>Παράδειγμα: Ένας/μια μαθητής/-τρια απαντά σε ένα ηλεκτρονικό κουίζ αξιολόγησης στα Μαθηματικά 8 ερωτήσεων. Κάθε ερώτηση συνοδεύεται από τρεις απαντήσεις, εκ των οποίων μία είναι η σωστή. Επιτρέπεται να επιλεγεί μία απάντηση. Εάν ο/η μαθητής/-τρια επιλέξει εντελώς τυχαία μία απάντηση σε κάθε ερώτηση, να βρείτε την πιθανότητα ο/η μαθητής/-τρια να απαντήσει σωστά:</p> <ul style="list-style-type: none"> σε 6 ακριβώς ερωτήσεις, τουλάχιστον σε 6 ερωτήσεις, το πολύ σε 5 ερωτήσεις.
	Συσχέτιση.	<p>Π.Σ.12.Π.1. Χρησιμοποιούν τον πολλαπλασιαστικό κανόνα για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p> <p>Π.Σ.12.Π.2.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, χρησιμοποιώντας τον πολλαπλασιαστικό κανόνα. Επίλυση πραγματικών

<p>ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ</p>		<p>Αξιοποιούν τη δεσμευμένη πιθανότητα για να ορίσουν την ανεξαρτησία δύο ενδεχομένων.</p> <p>Π.Σ.12.Π.3. Λύνουν προβλήματα με χρήση του Θεωρήματος Ολικής Πιθανότητας.</p> <p>Π.Σ.12.Π.4. Εφαρμόζουν το Θεώρημα του Bayes στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p>	<p>προβλημάτων με ανεξάρτητα ενδεχόμενα.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, χρησιμοποιώντας το Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας. • Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, εφαρμόζοντας το Θεώρημα του Bayes. • Παράδειγμα: Στο αεροδρόμιο «ΜΑΚΕΔΟΝΙΑ» της Θεσσαλονίκης φτάνουν καθημερινά πτήσεις από την Ευρώπη και την Αμερική σε ποσοστά 60% και 40% αντίστοιχα. Το 10% των πτήσεων από Ευρώπη και το 5% των πτήσεων από Αμερική φτάνουν με καθυστέρηση. Αν μια μέρα επιλέξουμε τυχαία μία από τις πτήσεις που φτάνουν στο αεροδρόμιο, να υπολογίσετε: <ul style="list-style-type: none"> – την πιθανότητα η πτήση να έχει φτάσει με καθυστέρηση, – την πιθανότητα να προέρχεται από ευρωπαϊκή χώρα αν έχει φτάσει με καθυστέρηση. <p>Παράδειγμα: Από τους 50 ασθενείς που εισήχθησαν στο νοσοκομείο με σοβαρή αλλεργία, 10 που επιλέχθηκαν τυχαία πήραν ένα καινούριο φάρμακο, ενώ οι άλλοι 40 το παλιό φάρμακο κατά της αλλεργίας. Είναι γνωστό ότι η πιθανότητα να θεραπευθεί κάποιος με το παλιό φάρμακο είναι 0,6, ενώ με το καινούριο είναι 0,9. Ύστερα από μερικές μέρες ένας/μία από τους/τις ασθενείς επιστρέφει στην κλινική για να ευχαριστήσει τους</p>
--------------------	--	--	---

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ			γιατρούς για τη θεραπεία του/της. Να βρείτε την πιθανότητα ο/η ασθενής να έχει θεραπευτεί με το καινούριο φάρμακο.
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γεωμετρία του επιπέδου.	<p>Γ.Ε.12.Π.1. Αναπτύσσουν εικασίες για γεωμετρικούς τόπους αξιοποιώντας και λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας.</p> <p>Γ.Ε.12.Π.2. Βρίσκουν γεωμετρικούς τόπους αξιοποιώντας γνωστές γεωμετρικές σχέσεις και ιδιότητες της Ευκλείδειας Γεωμετρίας.</p> <p>Γ.Ε.12.Π.3. Κατασκευάζουν βασικά γεωμετρικά σχήματα (ευθείες ή τμήματά τους, γωνίες, τρίγωνα, κύκλους ή τόξα τους) που ικανοποιούν συγκεκριμένες ιδιότητες χρησιμοποιώντας, όπου χρειάζεται, τη διαδικασία Ανάλυση – Σύνθεση – Απόδειξη – Διερεύνηση.</p> <p>Γ.Ε.12.Π.4. Αξιοποιούν γνωστούς γεωμετρικούς τόπους σε γεωμετρικές κατασκευές.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Οπτικοποίηση γεωμετρικών τόπων με αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων δυναμικής γεωμετρίας. • Η σημασία της Αναλυτικής-Συνθετικής Μεθόδου στις αποδείξεις με ερμηνεία των όρων της (ανάλυση, σύνθεση, διερεύνηση) και εφαρμογή της στην επίλυση προβλημάτων γεωμετρικών τόπων και κατασκευών.
ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Κωνικές τομές.	<p>ΑΓ.Κ.12.Π.1. Ορίζουν τις κωνικές τομές, παραβολή, έλλειψη, υπερβολή, ως γεωμετρικούς τόπους σημείων του επιπέδου και βρίσκουν τις εξισώσεις τους, καθώς και τις εξισώσεις των εφαπτομένων τους χρησιμοποιώντας γνώσεις διαφορικού λογισμού.</p> <p>ΑΓ.Κ.12.Π.2. Βρίσκουν χαρακτηριστικά</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Προσδιορισμός κωνικών τομών είτε μέσω χαρακτηριστικών τους στοιχείων είτε μέσω των εξισώσεών τους που αναφέρονται σε κατάλληλα επιλεγμένο σύστημα συντεταγμένων. • Εφαρμογές της ανακλαστικής ιδιότητας των κωνικών τομών.

<p>ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ</p>		<p>στοιχεία και ιδιότητες των κωνικών τομών και τα αξιοποιούν στην επίλυση προβλημάτων.</p>	
	<p>Μετασχηματισμοί.</p>	<p>ΑΓ.Κ.12.Π.3. Προσδιορίζουν γεωμετρικούς τόπους που είναι κωνικές τομές ή ευθείες, αλλά και τμημάτων τους, είτε μέσω των ορισμών τους είτε μέσω των γνωστών εξισώσεων τους.</p>	
	<p>Γ.Μ.12.Π.1. Ορίζουν την έννοια του Γεωμετρικού Μετασχηματισμού στο Καρτεσιανό Επίπεδο, μέσω πινάκων, και την εξειδικεύουν στους Γραμμικούς Μετασχηματισμούς.</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Εύρεση μετασχηματισμών που συνδέουν δεδομένα σχήματα. • Εύρεση της εικόνας σχήματος που προκύπτει από τη σύνθεση δεδομένων μετασχηματισμών.
	<p>Γ.Μ.12.Π.2. Βρίσκοντας τους αντίστοιχους πίνακες, αναγνωρίζουν την ανάκλαση ως προς τον οριζόντιο ή τον κατακόρυφο άξονα ή ως προς την αρχή των αξόνων, τη στροφή ως προς την αρχή των αξόνων και την ομοιοθεσία ως Γραμμικούς Μετασχηματισμούς στο Καρτεσιανό Επίπεδο.</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Προσδιορισμός στοιχείων σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα ή μεταβάλλονται μέσω δοθέντος μετασχηματισμού. • Διερεύνηση μετασχηματισμών σε καλλιτεχνήματα, με τυπικό δείγμα έργα του Escher.
	<p>Γ.Μ.12.Π.3. Ορίζουν τη μεταφορά κατά διάνυσμα μέσω πινάκων και πιστοποιούν ότι δεν είναι Γραμμικός Μετασχηματισμός.</p>		
	<p>Γ.Μ.12.Π.4. Ορίζουν τον αντίστροφο ενός Γραμμικού Μετασχηματισμού μέσω του αντιστρόφου του πίνακα ο οποίος του αντιστοιχεί.</p>		

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γ.Μ.12.Π.5. Ελέγχουν αν ένας Γεωμετρικός Μετασχηματισμός είναι ισομετρία.
	Γ.Μ.12.Π.6. Ορίζουν τη σύνθεση δύο Γραμμικών Μετασχηματισμών και τη συνδέουν με το γινόμενο των αντίστοιχων πινάκων των Μετασχηματισμών.
	Γ.Μ.12.Π.7. Επιλύουν προβλήματα που συνδέονται με Γεωμετρικούς Μετασχηματισμούς.